Wolters-Noordhoff

Organ van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Vakblad voor de wiskundeleraar

Euclides



jaargang 66 1990 | 1991 oktober

● Euclides ● ● ● ●

Redactie

Drs H. Bakker
Drs R. Bosch
Drs J. H. de Geus
Drs M. C. van Hoorn (hoofdredacteur)
N. T. Lakeman (beeldredacteur)
Drs A. B. Oosten (voorzitter)
P. E. de Roest (secretaris)
Ir. V. E. Schmidt (penningmeester)
Mw. Drs A. Verweij (eindredacteur)
A. van der Wal

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f* 55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 37,50; contributie zonder Euclides *f* 30,–.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

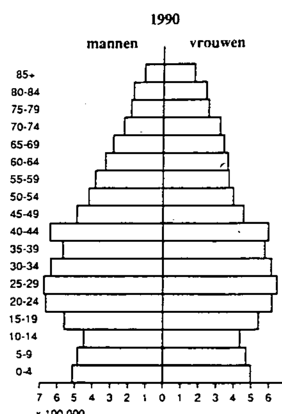
Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 58,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 37,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f* 9,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn.
Tel. 01720-6 63 79. Telefaxnr. 01720-9 32 70.

ISSN 01.65-0394

● Inhoud ● ● ● ● ●



Zoek in dié grafiek het balkje op waarin jij thuishoort.

▶ Wiskunde B-examens 1990: nieuwe trend of CEVO-miskleun?

J. P. Muthert

De eindexamens 1990 van wiskunde B vwo hebben in wiskunde B-land grote opschudding teweeggebracht.
De vraag dient gesteld te worden of hier de examenstof wiskunde B op een redelijke, aanvaardbare wijze is getoetst.

De omvang van de wiskunde B-examens

Elke docent uit het wiskunde B-veld die tevoren een blik had mogen werpen in de eindexamens 1990, had kunnen voorspellen, dat de beschikbare werktijd (nota bene: 3 klokuren) voor de modale kandidaat beslist onvoldoende was.
Anders gezegd: de omvang van de eindexamens was buiten proporties.
Het zou de moeite waard zijn eens te onderzoeken hoeveel procent van de wiskunde B-kandidaten het examen 'af' wist te krijgen.
Ik durf de stelling aan dat minstens 80% van de kandidaten bij het eindsignaal nog niet aan alle vragen was toegekomen.
Ook interessant zou zijn het antwoord op de vraag hoeveel werktijd de wiskunde B-docenten zelf gemiddeld nodig hadden om de uitwerkingen van de examens netjes op te schrijven. Een uitkomst van $1\frac{1}{2}$ à 2 uur per examen zou mij niet verbazen.
Een grof schandaal is het natuurlijk wel!

Het niveau van de vragen

Geen van de gestelde vragen behoorde naar mijn mening tot de categorie 'verboden gebied'.
In de oude lay-out, welke werd gehanteerd ten tijde van de wiskunde-I en -II examens, bestond een opgave doorgaans uit drie vragen: a, b en c. De a-vragen waren enigszins standaardachtig, bij de b-vragen werd wat meer inzicht verondersteld, bij de c-vragen werd meer dan gemiddeld inzicht gevraagd. Uit die tijd stamt ook het begrip 'een echte c-vraag'.
Bij vier opgaven telde destijds een examen dan ook 4 'echte c-vragen'.
De eindexamens wiskunde B telden ieder wel 7 à 8 'echte c-vragen'!
Anders gezegd: het aantal vragen waarbij het onderste uit de kan werd gevraagd, was te groot.

Omdat geen enkele vraag echt 'ondoenlijk' was, gebeurde het niet zo snel dat een kandidaat om die reden een vraag oversloeg.
Een enkeling besloot, gelet op de tijd, zich te beperken tot 1 of 2 vragen per opgave; op die manier werd opgave 4 nog wel gehaald. De meeste leerlingen echter ploeterden voort in de volgorde van nummering, en kwamen hierdoor in tijdnood bij opgave 4.

De normering

De schade die werd aangericht door vragen over te slaan en/of door aan vragen niet toe te komen, was de leerlingen onbekend. Een reden temeer om het maximum aantal punten per vraag op het opgavenblad te vermelden.

De meetkunde-opgaven

Veel collega's hadden, net als ik, enige moeite om te zien dat in de meetkunde-opgave de hoofdzaken

van het meetkunde-programma werden getoetst. Omdat het grote meetkundige inzicht slechts weinig kandidaten is gegeven, leidt dit soort examens er toe dat de docenten ongetwijfeld andere accenten zullen leggen in hun wiskunde B-lesprogramma. Het rendement van de in meetkunde geïnvesteerde tijd is zó nihil, dat een meer algebraïsche (vectoriële) aanpak verkozen zal worden.
Was dit dan de bedoeling van wiskunde B/Hewet? Nee toch!

Een geluk bij een ongeluk was voor de kandidaten dat in het eerste tijdvak de meetkunde-opgave de laatste was; de meesten kwamen er nauwelijks aan toe.

De cesuur

De 10 punten waarmee de score mocht worden opgewaardeerd hebben de bij het examen aangerichte schade slechts ten dele gecompenseerd.
Wie op woensdag 16 mei om 13.00 uur bij het einde van de examenzitting de stemming onder de kandidaten heeft geproefd, begrijpt precies wat ik bedoel. (N.B.: en om 14.00 uur was het examen Engels...)

De toekomst van wiskunde B

Menige wiskunde B-docent loopt zich momenteel af te vragen of hij, gelet op de wiskunde B-examens 1990, de voorlichting in vwo-4 nu moet 'aanpassen'. Verschillende vakgenoten hoorde ik al hardop denken of ze wiskunde B nog wel kunnen aanraden aan leerlingen die slechts 'redelijk goed' zijn in wiskunde.
De commentaren van de kandidaten van 1990 zijn de leerlingen uit de lagere jaren niet ontgaan: geen verwijten richting docent, maar 'ronduit een absurd examen'.

Een paar eindexamens als die van 1990, en de wiskunde B-groepjes zullen slinken tot een omvang die doet denken aan die van de wiskunde II-groepjes van weleer.
En ook dat was niet de bedoeling van Hewet...

Conclusie

De eindexamens wiskunde B vwo van 1990 durf ik te betitelen als een miskleun.
U ziet: de woordkeus is mild.
Immers: als men met de samenstelling van deze examens een trend heeft willen zetten, dan is de wiskunde B ten dode opgeschreven en is de hele Hewet een mislukte operatie.
Vooralsnog weiger ik te geloven dat men dit jaar deze trend heeft willen zetten.
Vandaar mijn milde oordeel: miskleun!
Of in Haags jargon: 'eens, maar nooit weer'.
De CEVO zou er goed aan doen wiskunde B-examens eerst kritisch te laten bekijken door wiskunde B-docenten uit het veld – de geruchten dat dit ook nu reeds zou geschieden kan ik na de examens van 1990 niet serieus nemen – alvorens ze te drukken en rond te zenden.

Ten aanzien van de hogere bedoelingen van het wiskunde B-meetkunde-onderwijs zou een discussie op diverse niveaus (Inspectie, CEVO, NVvW) op gang moeten komen die zou moeten leiden tot duidelijke afspraken omtrent de meetkunde-'eisen'.
De wel eens gehoorde 'link' die zou bestaan tussen enerzijds examenopgaven en anderzijds de doorsnede van de meest gebruikte leerboeken, kan na de examens van 1990 voor wat betreft de meetkunde naar het rijk der fabeltjes worden verwezen.

Over de auteur:
J. P. Muthert is wiskundedocent aan het Sweelinck College te Amsterdam.

• Actualiteit •

▶ Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 1990

H. N. Schuring, C. Lagerwaard, J. W. Maassen

Inleiding

In dit artikel vindt men enige gegevens van de examens. Eerst komen de resultaten aan de orde aan de hand van de steekproefgegevens die het CITO verzameld heeft (H. N. Schuring en drs. C. Lagerwaard), met daarbij de vaststelling van de cesuur door de CEVO met behulp van deze steekproefgegevens en de meningen van de docenten. Deze meningen vindt men tenslotte ook in een verslag van de regionale besprekingen van deze examens, georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (drs. J. W. Maassen). Extra aandacht is besteed aan de nieuwe havo-examens van het HAWEX-experiment.

De resultaten van de examens

Het geven van een overzicht van de resultaten van deze examens is slechts mogelijk dankzij de medewerking van de betrokken docenten die de gegevens van vijf kandidaten (voor HAWEX alle kandidaten) van hun school tijdig hebben opgestuurd.

Enige algemene gegevens van de examens

	vwo-A	vwo-B	havo	havo-A	havo-B
aantal kandidaten	25000	20000	34000	95	138
gemiddelde score	66	48	54	67	56
standaarddeviatie	17	15	16	14	12
betrouwbaarheid	83	81	81	79	66
cesuur	54/55	44/45	50/51	54/55	50/51
percentage onvoldoende	26	41	40	19	32
gemiddeld cijfer	6,6	5,8	5,8	6,7	6,0

p′-waarde van de afzonderlijke vragen van de examens

vraag	vwo-A	vwo-B	havo	havo-A	havo-B
1	91	74	75	84	92
2	83	68	55	90	36
3	96	48	42	28	64
4	60	21	94	45	51
5	73	52	79	85	62
6	71	73	40	76	37
7	40	71	62	73	83
8	74	62	87	77	84
9	64	42	58	50	48
10	91	17	41	91	60
11	89	76	41	96	20
12	56	30	67	81	61
13	54	45	64	33	81
14	31	32	11	79	24
15	42	51	44	57	32
16	66	23	27	39	18
17	47	8	55	51	60
18	31	30	15	23	60
19	67	—	—	82	69
20	—	—	—	69	48
21	—	—	—	41	—

n.b. De p′-waarde van een vraag is de gemiddelde score, uitgedrukt in procenten van de maximum score van die vraag.

Vwo wiskunde A

Dit examen is redelijk gemaakt, zoals ook uit de gegevens blijkt.

Opgave 1: Radioverbindingen en vervoer, zal menig vierde klasser tot een goed einde kunnen brengen. In opgave 2: Ademhaling, leverde alleen vraag 7, waarin men moest aantonen dat bij iedere ademhaling de hoeveelheid stikstof in de longen afneemt met 12,5%, moeilijkheden op; 45% van de kandidaten scoorde niet op deze vraag. De laatste vraag van opgave 3: Beeldbuizen, waarin de maximale winst onder herziene leveringsvoorwaarden berekend moest worden, is moeilijk gebleken. 47% van de kandidaten scoorde niet op deze vraag 14. Een vergelijkbaar resultaat leverde vraag 18, een hypothese-toets in opgave 4: In de rechtszaal.

Hoewel het analyseren van de teksten in de opgaven veel tijd van de kandidaten vergde, konden de meesten het werk in drie uur af krijgen. De CEVO heeft de cesuur op 54/55 vastgesteld.
59% van de vwo-kandidaten heeft wiskunde A gekozen, van wie 19% ook wiskunde B in het pakket heeft. De gemiddelde score van deze groep was voor wiskunde A 78. De kandidaten die geen wiskunde B en geen natuurkunde in hun pakket hebben gekozen, hebben een gemiddelde score van 59.

Vwo wiskunde B

47% van alle vwo-kandidaten heeft het wiskunde B-examen afgelegd.
Hoewel de vragen stuk voor stuk van goede kwaliteit zijn, bleek de combinatie van deze vragen een examen op te leveren dat veel te veel was voor de kandidaten. Hierdoor zijn veel kandidaten in paniek geraakt en hebben ook op vragen die wel beantwoord zijn, onder hun kunnen gescoord. De resultaten van opgave 4, een relatief eenvoudig ruimtemeetkunde-probleem, zijn door tijdgebrek erg laag.
De CEVO heeft de cesuur voor dit examen vastgesteld op 44/45.

Vraag 4, het berekenen voor welke waarde van de parameter een goniometrische vergelijking op een interval precies vier oplossingen heeft en vraag 10, het berekenen van de lengte van een verticaal lijnstuk, afgesneden door de kromme, indien de parameterwaarde van het eerste snijpunt tweemaal zo groot is als de parameterwaarde van het tweede snijpunt, zijn het slechtst gemaakt van alle analysevragen. Het percentage kandidaten dat hierop niet scoorde, was 53, respectievelijk 68.
81% van de kandidaten scoorde niet op vraag 17, het berekenen van de straal van de snijcirkel van een bol en een vlak. Voor vraag 16, het berekenen van de inhoud van een vierkant is dit percentage 55.

Havo wiskunde

Dit examen bestond uit aardige vragen van een goed niveau, naar het oordeel van velen, hoewel bij ongewijzigde cesuur 51% van de kandidaten geen voldoende zou hebben gescoord.
De CEVO heeft de cesuur vastgesteld op 50/51.

Vraag 14, de laatste vraag van opgave 4 over logaritmische functies, heeft de laagste p'-waarde, terwijl 76% van de kandidaten hier 0 punten scoorde. De goniometrische uitsmijter van dit examen, vraag 18, is zonder succes gebleven voor 61% van de kandidaten.

HAWEX

In het kader van het HAWEX-experiment werden in 1989 voor het eerst experimentele examens afgenomen voor de vakken wiskunde A en wiskunde B voor havo. Dit jaar waren er opnieuw experimentele examens en ook nu betrof het leerlingen van slechts drie scholen.
Onder verantwoordelijkheid van de CEVO zijn de opgaven voor het cse ontworpen door het ontwikkelteam van het HAWEX-experiment, in samenwerking met de betreffende ACD. Hierdoor konden de examens optimaal aansluiten op het experimentele lesmateriaal.
In 1991 zullen de examens wiskunde A en B voor havo worden afgenomen op 29 experimenteerscholen.

De prognose is dat in de toekomst ongeveer een derde deel van de havo-kandidaten wiskunde B zal kiezen en een wat groter deel wiskunde A. De

aantallen kandidaten van dit jaar (138 en 95) duiden op een naar verhouding te grote deelname aan het vak wiskunde B.

Enige gegevens omtrent de examens 1989 en 1990

	Wiskunde A		Wiskunde B	
	1989	1990	1989	1990
aantal kandidaten	56	95	125	138
gemiddelde score	76	67	60	56
standaarddeviatie	13	14	16	12
cesuur	54/55	54/55	54/55	50/51
percentage onvoldoende	7	19	36	32

Havo wiskunde A

Zoals uit het overzicht is af te lezen, zijn de resultaten voor het examen wiskunde A iets minder goed dan in 1989. Niettemin stemt een gemiddelde score van 67 en een percentage onvoldoendes van 19 (18 van de 95 kandidaten) tot tevredenheid.
De CEVO heeft besloten de cesuur ongewijzigd op 54/55 vast te stellen.

De vragen 1, 2, 5, 10, 11, 12 en 19 hebben een p'-waarde groter dan 80. Dit zijn dan ook beginvragen van de verschillende opgaven. De probleemsituatie is steeds helder en het oplosproces doet een beroep op standaardvaardigheden. De vragen 3, 13 en 18 hebben de laagste score (p'-waarde respectievelijk 28, 33 en 23). Vraag 3 was voor veel kandidaten een moeilijk te doorgronden opdracht (66% van de kandidaten scoorde 0 punten). De vragen 13 en 18 zijn echte produktieve vragen. Zij zijn origineel, doen een beroep op inzicht bij het bedenken van de oplosweg, terwijl die oplosweg zelf ook niet zonder moeilijkheden af te leggen is.

Havo wiskunde B

Ook het wiskunde B-examen is goed ontvangen door leerling en docent, hoewel de resultaten wat tegenvielen, zoals uit het overzicht blijkt.
De CEVO heeft besloten de cesuur gelijk te kiezen aan die van het reguliere havo Wiskunde-examen (50/51).

Opgave 2, met de vragen 7 t/m 10 en opgave 5, met de vragen 17 t/m 20, die betrekking hebben op de ruimtemeetkunde, zijn redelijk goed gemaakt. Jammer is dat 48% van de kandidaten 0 punten gescoord heeft op de gebroken ongelijkheid van vraag 2. De resultaten van de gonio in de vragen 14, 15 en 16 vallen ook tegen (respectievelijk 59, 40 en 52% van de kandidaten scoorde hierop 0 punten).

Regionale besprekingen wiskunde vwo en havo 1990

Traditiegetrouw organiseerde de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren ook in 1990 regionale besprekingen voor het examen wiskunde.
Bijna 200 docenten bezochten de wiskunde A-besprekingen die gehouden werden op 9 plaatsen; de bijeenkomsten voor wiskunde B, die op 5 plaatsen gehouden werden, en voor wiskunde havo, die op 4 plaatsen werden gehouden, trokken elk ongeveer 100 docenten.
Evenals vorige jaren werden op de bijeenkomsten aan het begin enige vragen over het examen gesteld. Dit leidde tot de volgende resultaten. De percentages zijn berekend over het aantal aanwezigen dat een keuze deed.

	wiskunde A-vwo	wiskunde B-vwo	wiskunde havo
in vergelijking tot vorig jaar is het niveau van het CSE 1990			
lager	93%	0%	6%
gelijk	7%	19%	78%
hoger	0%	81%	16%
de spreiding over de stof is			
slecht	17%	0%	0%
voldoende	68%	43%	48%
goed	15%	57%	52%
het aantal routinevragen is			
te klein	0%	38%	4%
goed	84%	62%	95%
te groot	16%	0%	1%
het aantal originele opgaven is			
te klein	14%	1%	1%
goed	83%	73%	93%
te groot	3%	26%	7%

	wiskunde A-vwo	wiskunde B-vwo	wiskunde havo
het correctievoorschrift is			
te gedetailleerd	5%	13%	1%
goed	86%	84%	90%
te weinig gedet.	9%	3%	9%
de poging om de opgaven naar opklimmende moeilijkheidsgraad te rangschikken is			
niet gelukt	4%	59%	12%
redelijk gelukt	51%	41%	31%
goed gelukt	45%	0%	57%
de leesbaarheid van de vraagstukken is in het algemeen			
slecht	2%	1%	1%
voldoende	67%	55%	23%
goed	31%	44%	76%
de omvang van het CSE 1990 was			
te gering	2%	0%	0%
goed	96%	0%	75%
te veel	2%	100%	25%

Van bijna alle bijeenkomsten zijn verslagen gemaakt waarvan een kopie aan de CEVO is gezonden met het verzoek de gemaakte opmerkingen te gebruiken bij het opstellen van de examens voor de volgende jaren.
In dit artikel worden slechts de belangrijkste punten uit de verslagen samengevat.

Algemeen

In veel groepen is gesproken over de wenselijkheid de maximaal te behalen scores op het werk te vermelden. Sommige groepen zijn hier bijna unaniem voor, terwijl in andere groepen ook veel tegenstanders zijn.
Men vraagt om belangrijke mededelingen die in 'Uitleg' staan, ook in Euclides op te nemen omdat vaak mededelingen de docenten niet bereiken.
Uit de regio Amsterdam komt wederom het verzoek de teksten te laten beoordelen door een docent Nederlands. Deze zou de tekst moeten bekijken op onnodig lange zinnen, welke een veelheid van informatie bevatten. Het zijn met name niet-Nederlandse leerlingen die daar hinder van ondervinden.*
Men vraagt aandacht voor de omvang van het werk. Tijd om het werk na te kijken mag best.
Ook constateert men een onevenwichtigheid over de jaren. Het ene jaar levert een opgave meer punten op dan een ander jaar.

Commentaar was er ook op de nieuwe tijdstippen van de examens waardoor de tijd tussen twee examens te kort is.

Vwo wiskunde A

Het examen gaf de aanwezigen veel aanleiding te spreken over de waarde van wiskunde A. Sommigen spraken nogal geringschattend over wiskunde A. Eén docent stelt dat hij liever na twee jaar bovenbouw een leerling die dan zwak is in wiskunde, met een 4 voor wiskunde I de school zag verlaten dan nu met een 4 voor wiskunde A.
Sommigen vroegen zich af: 'Gaan we toe naar een situatie met twee soorten wiskunde. Eén die niemand kan en één waar niemand wat aan heeft?'
Zaken die men in het examen gemist heeft, zijn: diepgang, gebruik van wiskunde, mathematiseren, goniometrie, logaritmen, differentiaalrekening.
Eén gespreksleider voegt hieraan toe: de opmerkingen vormen niet een juiste afspiegeling van de meningen van de aanwezigen; sommige opmerkingen worden gedragen door een kleine minderheid en andere door een ruime meerderheid. In het algemeen was men wel gelukkig met het examen.
Men vond het niveau lager dan vorig jaar. Diverse onderdelen werden als 'te gemakkelijk' gekwalificeerd. Men vraagt zich af welk niveau de CEVO wil.
Veel opmerkingen werden gemaakt over de vele 'toon aan'-vragen. Deze maken een juiste beoordeling erg moeilijk. Men moet de vraag verduidelijken door bijvoorbeeld 'Toon aan door een berekening te geven' of er moeten landelijke regels opgesteld worden waaraan een 'toon aan'-opdracht moet voldoen.
De onderdelen 10 t/m 14 werden als teveel stapelvragen gezien.

Vwo wiskunde B

De algemene tendens was dat men het werk veel te veel vond. Een van de docenten omschreef het met: 'De hoeveelheid leerstof voor wiskunde B is zo groot, dat je de grootste moeite hebt om alles rond te krijgen, waarbij nu de inzet van de leerling en de

docent wordt afgestraft met een niet binnen de tijd te maken examen.' Een andere docent sprak over 'een individuele tijdrit met voortdurend de wind op kop'. Sommigen wezen er op dat men vroeger 4×3 opgaven had en nu 18, hetgeen een uitbreiding is, en niet alleen wat de getalwaarde betreft.
Doordat voor de moeilijke onderdelen 4 en 10 zeven punten per onderdeel beschikbaar waren, misten veel leerlingen direct 14 punten. Bij onderdeel 13 werd door veel leerlingen 'tweedegraads' in plaats van 'twee eerstegraads' gelezen.
Ook vermeldde een groep: 'Door de vele uitvoerige en ingewikkelde berekeningen in de eerste drie opgaven (diverse kandidaten liepen door het maken van kleine rekenfouten in opgave 3 volkomen vast en raakten daardoor in paniek) kwamen zelfs de betere kandidaten niet of nauwelijks toe aan de laatste opgave. Hetgeen zeer jammer is daar deze opgave zeker niet de moeilijkste was'.
Als de leerlingen hadden geweten dat voor onderdeel 8 slechts 2 punten beschikbaar waren, had dat veel rekenwerk voorkomen.
In onderdeel 5 hadden sommigen onvrede met de norm $x \to \infty$ als $t \to \infty$ daar zij dit evident vinden.
In onderdeel 7 vindt men 'bereken' niet de goede formulering bij een standaardlimiet. Het is onduidelijk of bij onderdeel 9 naar een asymptoot gezocht moet worden. Vaste afspraken over krommen worden op prijs gesteld.

Ruimtemeetkunde.
Bij de enquête heeft een van de groepen zich tot de analyse beperkt omdat men vond dat de spreiding over de stof bij de ruimtemeetkunde, anders dan bij de analyse, slecht was.
Onderdeel 15 gaf sommige docenten de neiging de leerlingen weer trucjes te gaan leren. Bij onderdeel 16 had men graag een nieuwe tekening om te voorkomen dat er te veel in één tekening staat. De vraag over de doorsnede had men graag voorop gezien.
Sommigen vragen bij de afmetingen van een gegeven tekening rekening te houden met de afmetingen van de geodriehoek.
Over de ruimtemeetkunde merkt een groep nog op: 'Men weet langzamerhand niet wat de bedoeling is van ruimtemeetkunde. Als men het gevoel krijgt dat bepaalde onderwerpen nooit gevraagd worden, krijgt men de neiging ze te schrappen. Waar moet de nadruk op gelegd worden? Kan hier vanuit de vereniging nog eens wat over gezegd worden; bijvoorbeeld in Euclides?'

Wiskunde havo

Doordat bij onderdeel 5 geen antwoord in de norm was opgenomen, meenden sommigen dat met het vermelden van het produkt kon worden volstaan.
Sommigen vonden onderdeel 6 te veel vwo-niveau.
In de normen voor vraag 5 komt praktisch alleen de deelscore '1' voor. Men betreurt dit. Het had kunnen worden voorkomen door een onderdeel van het vraagstuk weg te laten.
Bij originele opgaven ontstaat te weinig onderscheid tussen leerlingen. Het antwoord wordt meestal of met het maximale aantal punten gehonoreerd of levert geen punten op.
Met het oog op de komst van HAWEX is het zinvol zich nog eens te bezinnen op afrondingen.

Noot

*) De inspectie wijst hierbij op de mogelijkheid die deze leerlingen hebben om verlenging van het examen, ook voor wiskunde, te krijgen.

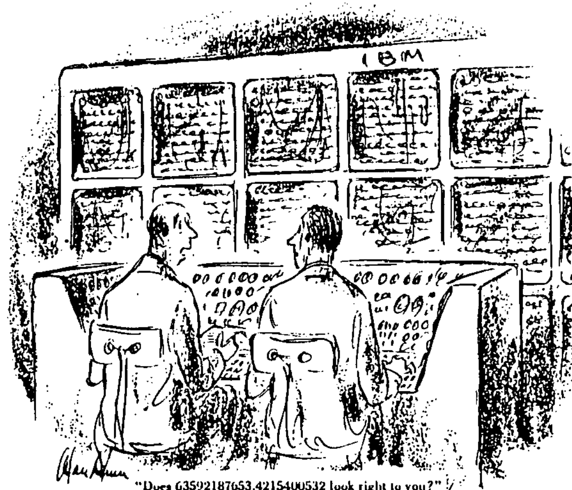
● Serie ● ● ● ● ●

'De zakrekenmachine'

▶ De ZRM kan meer

Harrie Broekman, Roelof Meyer

In het zeer lezenswaardige boek voor het volwassenen onderwijs van Marilyn Frankenstein 'Relearning Mathematics'[1] staat o.a. het volgende:
'Sommige mensen vinden dat het gebruiken van een ZRM een soort 'bedrog' is. Dit is een verkeerde gedachte. De creatieve uitdaging van het oplossen van problemen is het *begrijpen* van hetgeen gevraagd wordt; het *uitzoeken* van de getalsmatige informatie die nodig is voor de oplossing en hoe die te vinden is; het *kiezen* van de uit te voeren bewerkingen (+; −; ×; %; etc.) en het in staat zijn het antwoord te *schatten*, zodat je kunt nagaan of je berekende antwoord zinnig is. Het uitvoeren van de bewerkingen kan met potlood en papier, of – veel vlugger- met behulp van een ZRM.'



"Does 63592187653.421540U532 look right to you?"

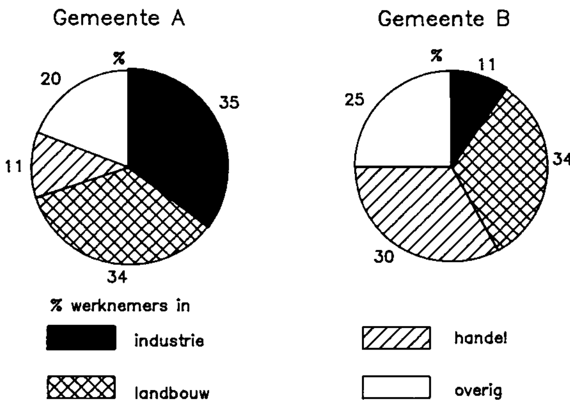
Er wordt hiermee gedoeld op een van de functies van de ZRM[2], namelijk die van efficiënt rekenslaafje. Kijkend in diverse wiskundelessen zien wij veel leerlingen in zowel mavo als havo en vwo inderdaad veelvuldig een ZRM in die zin gebruiken[3]. In de bovenbouw daarnaast ook als een elektronisch tabellenboekje.
Bij het zien van al die ijverig intoetsende leerlingen – ze leken wel verslaafd aan de techniek – vroegen wij ons echter af of zij de ZRM wel *kritisch* en *efficiënt* gebruikten. Met kritisch bedoelen we dat leerlingen pas naar de rekenmachine grijpen, als het antwoord niet gewoon te schatten en/of niet uit het hoofd te berekenen is. Efficiënt in de zin van 'gebruik makend van de mogelijkheden die het apparaatje heeft'.
Door gesprekken met leerlingen kwamen wij tot nog een derde aandachtspunt, namelijk *veiligheid/houvast*.

Om meer zicht te krijgen op de genoemde aspecten *kritisch*, *efficiënt* en *veilig* is door de tweede auteur tijdens zijn post-doctorale lerarenopleiding een klein onderzoekje gedaan op zijn tweede stageschool.
Bij, en met, de betreffende leerlingen – vierde en vijfde klassers vwo van één school- werd vooral gekeken naar het al dan niet efficiënte gebruik van het rekenapparaat. De aspecten kritisch en veilig kwamen daarbij uiteraard eveneens aan bod, maar worden hier verder niet besproken.

Door de ervaringen op de eerste stage-school werd besloten na te gaan hoe de betreffende leerlingen omgingen met de *procent-*, de *geheugen-*, en de *omkeertoets*.
Om hiervan een indruk te krijgen werd een heterogene groep van 11 leerlingen (meisjes, jongens, wisk. A., wisk. B, 4vwo, 5vwo) geïnterviewd over het gebruik van de ZRM. Onderdeel van dit interview was de vraag hoe zij de volgende vijf vraagstukjes zouden oplossen.

Opgaven

1. In figuur 20 zijn twee cirkeldiagrammen getekend. Deze geven voor twee gemeenten het aandeel van de werknemers in verschillende bedrijfstakken in procenten. De aantallen werknemers zijn in gemeente A 500 en in gemeente B 1000.



Figuur 20

a. Hoe groot is het aantal werknemers in de industrie in gemeente A?
En hoe groot is dat aantal in gemeente B?
b. In het kader van een gemeentelijke herindeling worden de gemeenten A en B samengevoegd tot een nieuwe gemeente C.
Maak een cirkeldiagram voor gemeente C met de verdeling van de werknemers over de verschillende bedrijfstakken.

2. Benader in één decimaal nauwkeurig de nulpunten van de vergelijking $x^2 + 3x - 9 = 0$.

$$x = \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{-3 - 3\sqrt{5}}{2}$$

3. Benader in twee decimalen nauwkeurig

a. $\dfrac{1}{\sin 36° + \cos 42°}$ b. $\dfrac{1}{\dfrac{16 + \sqrt{5}}{2} + 8}$

4. Bereken a. $\dfrac{4}{2 \times 3}$ b. $\dfrac{4}{2 + 3}$ c. $\dfrac{1}{6} : \dfrac{1}{7}$

5. Bereken $\dfrac{3(\pi + 4) + 6(9 - \pi)}{7}$

Op grond van observaties in andere scholen verwachtten wij dat
a. de leerlingen nauwelijks gebruik zouden maken van de [%]-toets omdat ze niet wisten hoe die te gebruiken;
b. de leerlingen de [M]-toets(en) wel konden gebruiken, maar dit niet zouden doen;
c. de leerlingen de [$\frac{1}{x}$]-toets vrijwel niet zouden gebruiken en dat ook niet konden.

Enige resultaten betreffende het *kunnen* gebruiken van de betreffende toetsen:
[%]-toets:
1 van de 4 leerlingen uit vwo-4 blijkt deze toets te kunnen hanteren
4 van de 7 leerlingen uit vwo-5 blijken deze toets te kunnen hanteren
[M]-toets(en):
2 van de 4 leerlingen uit vwo-4 blijken deze toets te kunnen hanteren
6 van de 7 leerlingen uit vwo-5 blijken deze toets te kunnen hanteren
[$\frac{1}{x}$]-toets:
1 van de 4 leerlingen uit vwo-4 blijkt deze toets te kunnen hanteren
5 van de 7 leerlingen uit vwo-5 blijken deze toets te kunnen hanteren

Onze verwachtingen werden door deze – zeer beperkte – cijfers niet bevestigd. We kregen echter wel de indruk dat er een zekere discrepantie is tussen het 'kunnen gebruiken' en het 'daadwerkelijk gebruiken'. In vervolggesprekken kwam dit ook steeds weer naar voren. Op grond van deze indruk zouden wij willen aanbevelen een onderzoek te doen naar 'daadwerkelijk gebruiken'.

De betreffende leerlingen én hun docenten noemden als oorzaak van deze discrepantie overigens het

in gebruik zijn van zeer veel verschillende machientjes. Mede als gevolg van deze realiteit wordt het leren gebruiken van de ZRM daarom veelal aan de individuele leerlingen overgelaten. Dat geeft onzekerheid, die de leerlingen proberen op te heffen door een veilige manier van werken te zoeken. Dit betekent niet alleen een veelvuldig gebruik van pen en papier voor het vastleggen van tussenresultaten, maar er ontstaat ook een grote diversiteit in werkwijzen, die verre van efficiënt zijn. Een verdere doordenking van het rekenmachinegebruik lijkt ons dan ook hard nodig[4].

Als voorbeeld van de diversiteit in rekenaanpakken moge opgave 1 gelden:

aanpak	aantal leerlingen
1. 500 + 100 × 35 =	3
2. 500% × 35 =	1
3. 5 × 35 =	2
4. 500 × 35% =	3
5. 0,35 × 500 =	2

Op zich is deze diversiteit vermoedelijk alleen maar opvallend voor ons, en lastig voor de leraar die met zijn leerlingen op dat moment wil werken aan beschrijvende statistiek, en niet aan procentrekenen.
Erger is het – vinden wij – dat een aantal van deze 4 en 5 vwo leerlingen in feite niet goed weten wat ze doen 'ja, zo doe ik dat altijd, en dat levert meestal het goede antwoord'. En wat is het goede antwoord? 'Dat wat in het antwoordenboekje staat'.
De strijdigheid met het vijfde fundamentele leerprincipe[5] zoals beschreven in de 'Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskunde-onderwijs op de basisschool' komt hierbij duidelijk naar voren: *leren bestaat niet uit het absorberen van een verzameling losse kennis- en vaardigheidselementen, maar veeleer die in een georganiseerd geheel passen.*
En hiermee zijn we weer aangeland bij het aspect veiligheid/houvast. In de gesprekken viel ons op, dat veel leerlingen zich redelijk veilig voelen als de ZRM bij de hand is. Het vertrouwen in eigen rekenvaardigheid en rekeninzicht is vaak gering. Het geloof in de rekenmachine daarentegen grenst soms aan *blind* vertrouwen. Het zou aanbeveling verdienen, dat de leerling het gevoel van veiligheid zou verkrijgen door een zeker weten hoe de machine optimaal gebruikt kan worden. Daarnaast moet de wetenschap groeien, dat de rekenmachine controleberekeningen mogelijk maakt. Dat zou de leerling terecht meer zekerheid kunnen verschaffen. Op grond van o.a. deze gedachte zijn de betrokken leraren nu bewuster bezig met het ZRM-gebruik door hun leerlingen. Dat wil echter niet zeggen, dat er reeds een uitgebalanceerd onderwijs is 'in het gebruik van', en 'met behulp van' de ZRM.

Noten

1. Marilyn Frankenstein, *Relearning Mathematics*, Free Association Books, London, 1989.
2. Harrie Broekman, *Onderzoekend bezig zijn met de ZRM*, Euclides, 65, 5, jan' 90.
3. Piet v. Wingerden, *Exact*, Euclides, 65, 7, april '90.
4. De auteurs van de serie artikelen over de ZRM in dit blad hopen hiertoe een aanzet te geven. De werkgroep ZRM van de NVWL en de NVORWO is bezig onderzoek en ontwikkelingswerk op het gebied van ZRM gebruik te stimuleren. Over de resultaten daarvan zal t.z.t. in Euclides gerapporteerd worden.
5. A. Treffers, E. de Moor, E. Feys, *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskunde onderwijs op de basisschool*, deel I Overzicht einddoelen, deel II Basisvaardigheden en cijferen, Zwijsen Tilburg 1989, 1990.

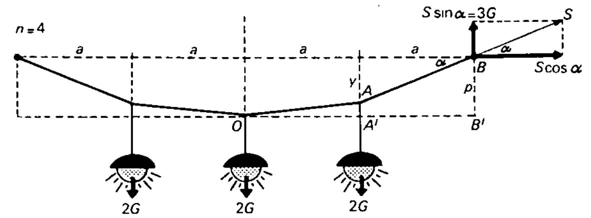
▶ Hangen aan een kromme

Ir. Henk Mulder

Wie op de trein moet wachten heeft de tijd om na te denken. En omdat wiskunde overal is, moet er op een stationsemplacement ook vast wel iets te zien zijn.
Aan een staaldraad hangen drie lampen. De ophangkabel komt daardoor in de vorm van een gebroken lijn (fig. 1). We werden gefascineerd door de vorm ervan. Is daar iets over te verzinnen? We zullen het proberen. Het enige wat we nodig hebben is de beroemde hefboomwet: rond een willekeurig punt is de som van alle momenten nul. En een moment is het produkt van kracht en arm, deze laatste loodrecht gerekend.

Hefboomwet

De lampen hangen evenver uit elkaar; alle secties zijn even breed (a) genomen, alle lampen zijn even zwaar. Als we het gewicht van één lamp $2G$ stellen, vermijden we breuken in de berekeningen. We verwaarlozen het gewicht van de ophangdraad. De spanning in het draadstuk AB stellen we vector $\vec{S}$. De verticale component hiervan moet in dit geval $3G$ zijn; dit is het halve gewicht van de drie lampen. We passen de momentenregel toe op het draadstuk OAB.
Er is geen draaiing om O, als:



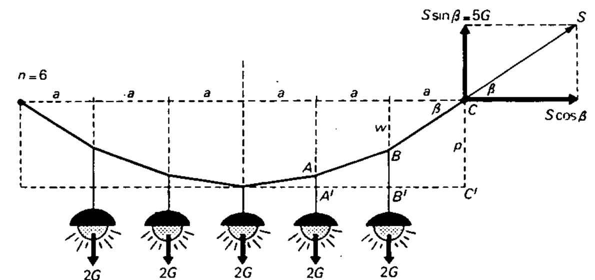
Figuur 1

$(S \cdot \cos\alpha)\ p = 3G \cdot 2a - 2G \cdot a$ waarbij we voor S kunnen stellen: $S = \dfrac{3G}{\sin\alpha}$ zodat:
$(3G\cos\alpha)\ p = (3G \cdot 2a - 2G \cdot a)\sin\alpha$ ofwel
$3Gp = (3G \cdot 2a - 2G \cdot a)\ \tan\alpha$ waarbij $\tan\alpha = \dfrac{y}{a}$
zodat: $(3G \cdot \dfrac{a}{y})\ p = 3G \cdot 2a - 2G \cdot a$ ofwel
$p : y = 4 : 3$ en dus $AA' : BB' = 1 : 4$.
In dit geval is het aantal secties (n) gelijk aan 4.
Opvallend is het dat zowel G als a uit de berekening wegvallen.

Hieruit volgt dat de verhouding $\dfrac{p}{y}$ onafhankelijk is van het gewicht van de lampen en ook van de breedte van de secties.

De uitkomsten zijn gemakkelijk te controleren door drie flessen op gelijke afstanden aan een dun touw op te hangen. Doe je in alle drie de flessen evenveel water dan blijft de stand van het koord precies hetzelfde, ongeacht de hoeveelheid water.

Verder onderzoek



Figuur 2

In fig. 2 staat een kabel getekend met 5 lampen en 6 secties.
We zoeken weer naar de verhouding van de uiterste stukken p en w. Met behulp van de tekening kunt u dat nu gemakkelijk zelf afleiden. De uitkomst wordt: $\frac{p}{w} = \frac{9}{5}$, zodat $AA' : BB' : CC' = 1:4:9$.
Bij een even aantal secties verschijnt zo de rij der kwadraten.

Algemeen bewijs

Voor de rechtgeaarde wiskunstenaar volgt hier het bewijs. Bij n secties en n even:

$$(n-1)\cdot\frac{p}{s} = (n-1)(\tfrac{1}{2}n) - 2\cdot(1+2+3+\ldots+(\tfrac{1}{2}n-1))$$

$$(n-1)\cdot\frac{p}{s} = (n-1)(\tfrac{1}{2}n) - 2\cdot\tfrac{1}{2}(1+\tfrac{1}{2}n-1)\cdot(\tfrac{1}{2}n-1)$$

$$(n-1)\cdot\frac{p}{s} = \tfrac{1}{2}n^2 - \tfrac{1}{2}n - \tfrac{1}{4}n^2 + \tfrac{1}{2}n$$

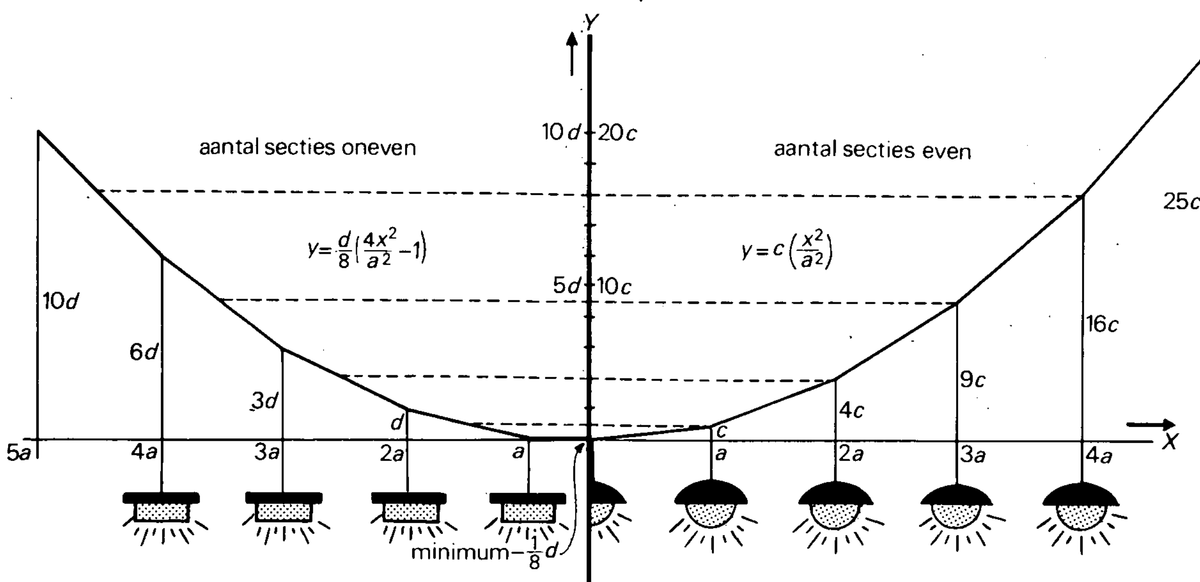
$$\frac{p}{s} = \frac{(\frac{1}{2}n)^2}{n-1} \text{ dus } \frac{p}{p-s} = \frac{(\frac{1}{2}n)^2}{(\frac{1}{2}n)^2-(n-1)}$$

en dus $\frac{NN'}{MM'} = \frac{(\frac{1}{2}n)^2}{(\frac{1}{2}n-1)^2}$

Test deze uitkomst door achtereenvolgens $n = 2$, $n = 4$, $n = 6 \ldots$ in te vullen; zo verschijnen dan de eerder aangegeven verhoudingen.
Die rij der kwadraten is toch wel erg opvallend. Dat betekent dat, grafisch gezien, de ophangpunten op een parabool liggen. In fig. 3 is dat in de rechterhelft goed te zien.
De bedoelde parabool heeft als vergelijking: $y = c\cdot\frac{x^2}{a^2}$.

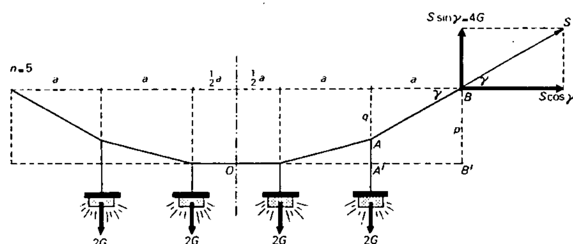
Oneven aantal secties

We zouden natuurlijk net zo goed het aantal secties oneven kunnen kiezen. In dat geval komt het centrale deel van de draagkabel horizontaal te lopen. In fig. 4 staat het geval van 5 secties. U kunt de bijpassende berekening weer gemakkelijk zelf uitvoeren. Uitkomst: $\frac{p}{q} = \frac{3}{2}$ of $AA' : BB' = 1:3$. Als we op gelijke wijze zoals in het geval van een even aantal secties, het onderzoek voortzetten, vinden we nu:



Figuur 3

$AA' : BB' : CC' : DD' : EE' \ldots = 1:3:6:10:15:\ldots$
Deze uitkomst lijkt sterk verschillend van die we bij een even aantal secties gevonden hebben; de rij der kwadraten lijkt althans behoorlijk zoek. Toch zou het vreemd zijn als de resultaten zo ver van elkaar zouden verschillen. In fig. 4 is in de linkerhelft de toestand bij een oneven aantal grafisch uitgebeeld.

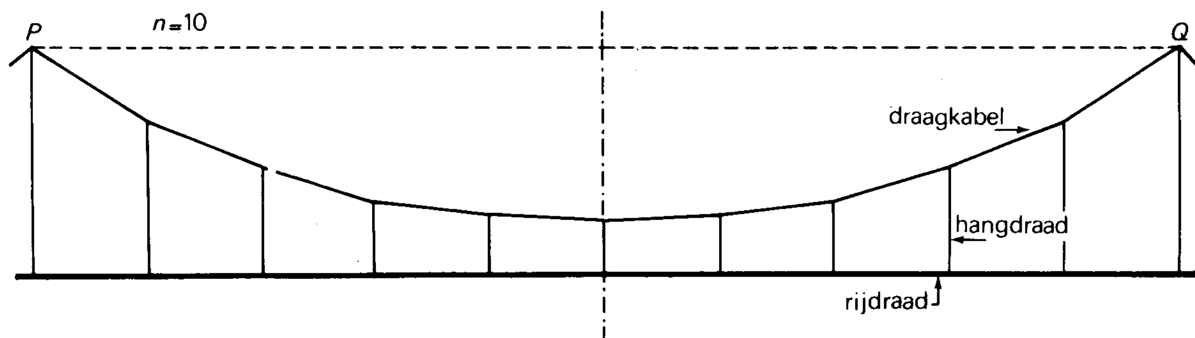


Figuur 4

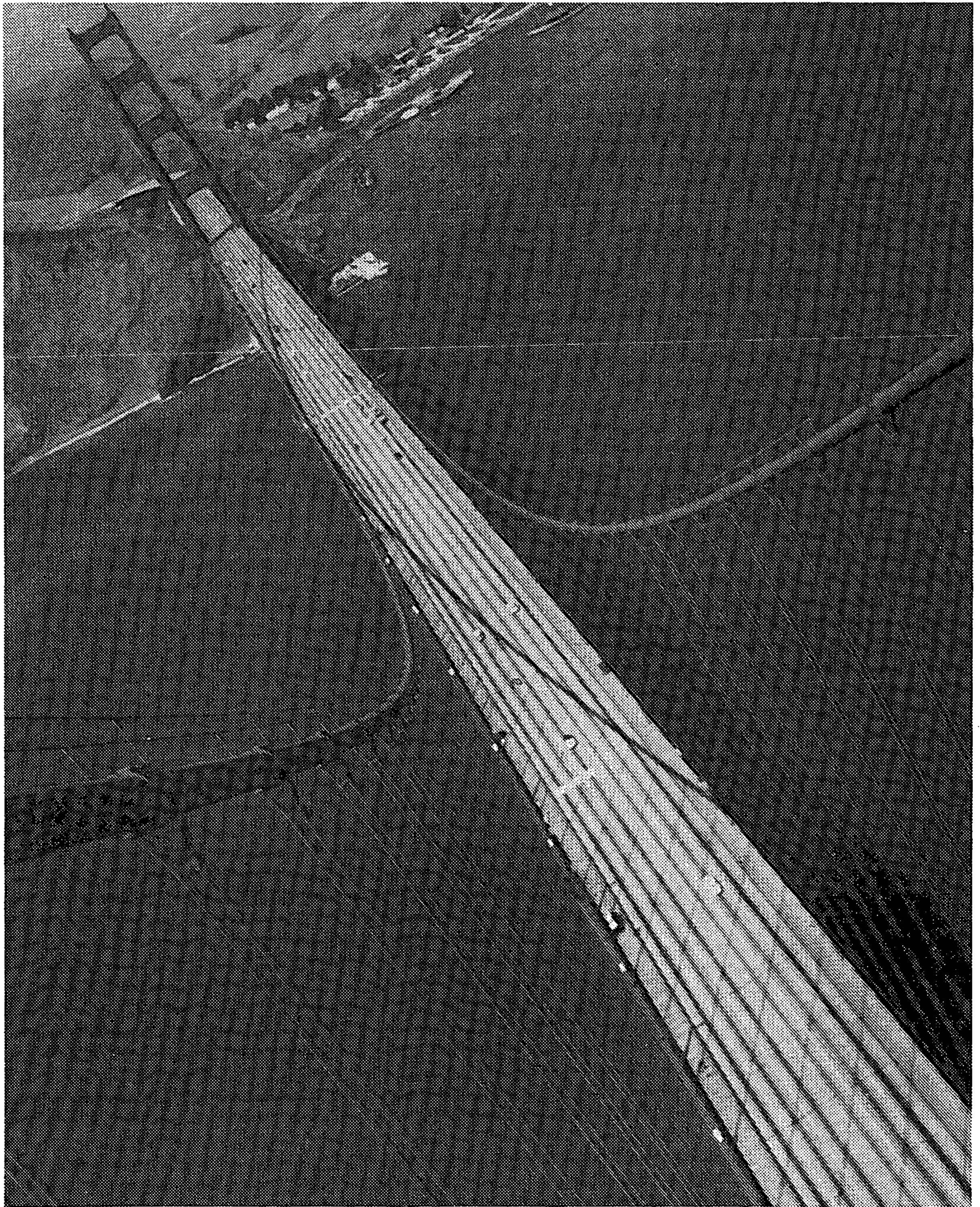
Na enig puzzelen blijkt ook hier een parabool door de ophangpunten te gaan en wel met de vergelijking: $y = \frac{1}{8}d(\frac{4x^2}{a^2} - 1)$.
Deze parabool bereikt voor $x = 0$ de minimumwaarde $y = -\frac{1}{8}d$. Wanneer we alle getekende verticale stukken $\frac{1}{8}d$ groter zouden nemen, zou de volgende rij ontstaan: $\frac{1}{8}d, \frac{9}{8}d, \frac{25}{8}d, \frac{49}{8}d, \frac{81}{8}d, \ldots$ waarmee de rij der kwadraten (in verhoudingsgetallen) weer terug is.
De beide grafieken, die elk slechts half getekend zijn, kunnen uit elkaar tevoorschijn worden gebracht. De punten midden tussen de ophangpunten in de linkergrafiek zijn de ophangpunten voor de rechtergrafiek.

Terug naar de spoorwegen

In fig. 5 is het geval getekend waarbij een zware kabel 'horizontaal' gehouden wordt door deze op te hangen aan een draagkabel. Eén lamp uit het voorgaande verhaal is nu vervangen door één sectie van de horizontale kabel. Zo bevestigen de spoorwegen in beginsel hun rijdraden bij de bovenleidingen van de treinen. Waarom zo gecompliceerd? Wel, de rijdraad moet natuurlijk zoveel mogelijk horizontaal hangen. Daartoe zou een hoge trekspanning nodig zijn, waardoor het betrekkelijk zachte koper zou gaan vloeien en breken. Men hangt daarom de rijdraad op aan een draagkabel, die ook grotendeels van koper is en mede stroomgeleidend. Maar die hangt veel slapper en heeft zodoende veel minder spanning. Op die manier ontstaan overspanningen van bijvoorbeeld 10 secties van elk 7 meter lengte. Zulk een combinatie tussen twee portalen heeft een massa 250 kg. De doorhang van de rijdraad tussen twee hangdraden is op 7 m lengte altijd nog wel 1 cm. Het gewicht van de draagkabel is hier niet meer te verwaarlozen. De ophangpunten liggen niet meer zuiver op een parabool.
Anders wordt het bij ophangbruggen. Het wegdek van de Golden-Gate brug in San Francisco is vele malen zwaarder dan de ophangkabels. In dat geval zouden we de fraaie krommen rustig weer parabolen kunnen noemen.



Figuur 5



● Werkblad ●

▶ De bevolkingsopbouw van Nederland

De opgaven 16 t/m 22 horen bij elkaar

Op de bijlage bij deze opgaven staan vier plaatjes van de bevolkingsopbouw van Nederland, steeds gebaseerd op gegevens per 1 januari. De grafieken van de jaren 2000 en 2035 zijn voorspellingen.

(16) We zijn nu in het jaar 1990. Zoek in dié grafiek het balkje op waarin jij thuishoort.
De grafieken zijn door verticale lijnen in tweeën gedeeld. Kleur het gedeelte van het balkje waarin jij meetelt.

(17) Hoeveel mensen (dus jongens en meisjes samen) telt jouw leeftijdsgroep op het ogenblik ongeveer?

De volgende vier opgaven hebben betrekking op de groep, die in *1950* tussen de 0 en 4 jaar was.

(18) Hoe oud is deze groep nu?

(19) Geef door arceren de plaats van *die* groep mensen aan in de vier grafieken op de bijlage.

(20) Op de bijlage staat ook een staafdiagram. Het geeft weer hoeveel 0-4-jarigen er waren in 1950 (mannen, vrouwen en het totaal).
Het is gemaakt met behulp van gegevens uit de grafiek van 1950. Je kunt controleren dat het klopt met wat daarin staat over de 0-4-jarigen.
Naast het staafdiagram staat een figuur voor het jaar 2035.
Schrijf naast de verticale as de leeftijdsgroep waarin de 0-4-jarigen uit 1950 dan zitten.
Teken in de figuur zelf het staafdiagram, dat aangeeft hoe groot die groep dan is (mannen, vrouwen en het totaal).

21 Slechts een deel van de 0-4-jarigen uit 1950 wordt volgens de voorspelling uit deze grafiek 85 jaar of ouder. Hoeveel procent zal dat ten hoogste zijn?

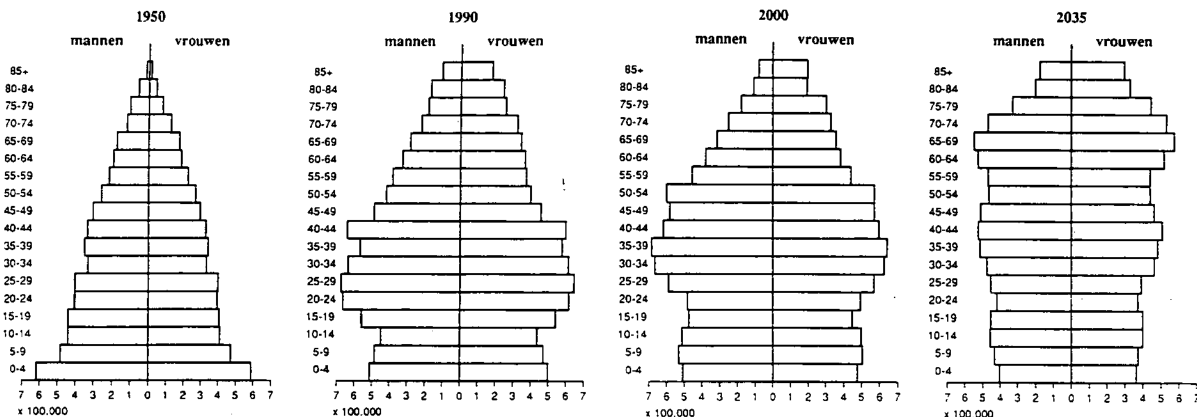
(22) Hoe is bij de groep 85-plussers uit 2035 ongeveer de verhouding (in aantal) tussen mannen en vrouwen?

Vragen 16 t/m 22 uit: experimenteel D-examen 1990

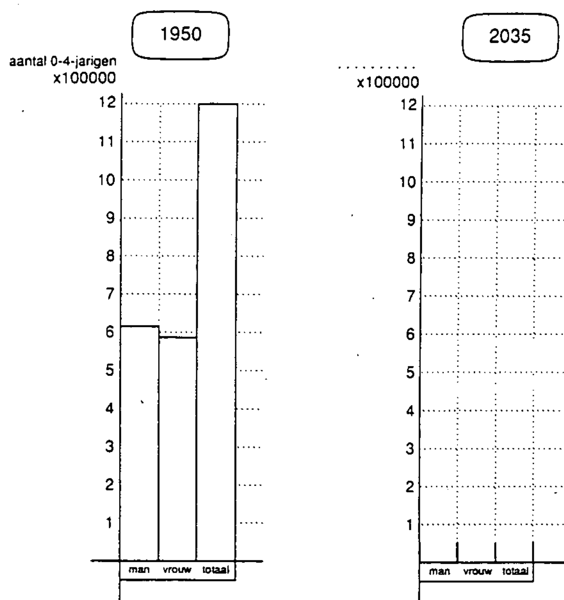
● Werkblad ●

► Bijlage bij 'De bevolkingsopbouw van Nederland'

Bij de opgaven 16 t/m 22:



Bij opgave 20:



Bijlage bij de vragen 16 /tm 22 uit: experimenteel D-examen 1990.

▶ Het examen lbo/mavo C/D 1990, experimenteel (2)

Truus Dekker

Opnieuw enkele opgaven uit het examen 1990 zoals dat aan de experimenteerscholen van de COW werd afgenomen (zie de Werkbladen op blz. 48 en 49).

Sander, een leerling van de lhno/mavo-school waar deze opgaven werden uitgeprobeerd schreef hierover: 'Dit is economie en aardrijkskunde door elkaar. Het heeft natuurlijk wel met wiskunde te maken'.
En Bert vond het '... domme vragen, het is meer aardrijkskunde'.
'Niet zo moeilijk', vonden de meeste leerlingen die deze vragen beoordeelden.
Leerlingen die aardrijkskunde in het pakket hebben, zijn deze grafieken waarschijnlijk vaker tegengekomen, de anderen misschien nooit.

Met deze opgaven hebben de makers van het examen willen aangeven dat, behalve lijngrafieken en staafdiagrammen ook andere grafieken en tabellen aan de orde kunnen komen.
In het nieuwe examenprogramma zal het onderdeel statistiek ongetwijfeld een belangrijker plaats gaan innemen dan tot nu toe. De nadruk zal liggen op het lezen en interpreteren van allerlei grafieken zoals die onder andere in de krant voorkomen.

Bij opgave 22 werd bewust gevraagd om 'ongeveer' de verhouding (in aantal) tussen mannen en vrouwen aan te geven. Leerlingen moeten gegevens globaal kunnen bekijken, een nauwkeurig antwoord is niet altijd nuttig. Het onderwerp 'rekenen' krijgt in het nieuwe programma een aparte plaats; daarbij hoort ook het kunnen aangeven in welke orde van grootte het antwoord gegeven moet worden. In de uitwerkingen van de leerlingen zult u zien dat dàt op dit moment nog wel problemen oplevert!

Hierna volgen enkele antwoorden van leerlingen van de scholen die aan het experimentele examen deelnamen. Commentaar is van 'C' voorzien.

Anna noteerde bij vraag 21 het volgende:
1950 = 1.200.000
2035 = 500.000
1950 = 100% = 1.200.000
1% = 12.000
2035 = 100% = 500.000
500.000 : 12.000 = 41,67%
C: Net als veel leerlingen vindt Anna het berekenen van percentages kennelijk moeilijk. Ze durft ook geen globale benadering te geven.

Bij de antwoorden op vraag 22 viel op dat de meeste leerlingen de verhouding niet in gehele getallen opgaven.
Wim noteert b.v.:
man : vrouw
1 : 1,57
Carina gaf wel een èrg globaal antwoord:
Er zijn meer vrouwen dan mannen.
En Jessica neemt het zekere voor het onzekere, ze geeft de verhouding in getallen en óók nog eens in procenten:
$m : v = \frac{2}{5} : \frac{3}{5}$
mannen $\frac{2}{5} \times 100\% = 40\%$
vrouwen $\frac{3}{5} \times 100\% = 60\%$

Ook deze opgaven kunt u weer door uw lbo/mavo-leerlingen laten uitproberen. In mijn eigen examenklas viel het resultaat me vaak nogal tegen zodra ik iets meer vroeg dan de gebruikelijke statistiekopgaven!

▶ Heuristiek en algoritmiek

M. C. van Hoorn

Op 10 maart 1989 promoveerde Anne van Streun aan de Rijks Universiteit Groningen tot doctor in de wiskunde en natuurwetenschappen, op het proefschrift Heuristisch Wiskunde-onderwijs.
Dit artikel gaat over het proefschrift, over heuristiek, en soms ook even over Anne van Streun.

1 Hoe?

Het proefschrift heeft als ondertitel: Verslag van een onderwijsexperiment. Het onderhavige experiment beoogde de effecten zichtbaar te maken van het gebruik van verschillende *soorten leerboeken*. Van Streun spreekt liever over *onderwijsvarianten*, welke hij overigens nauw in verband brengt met leerboeken; met elk soort leerboek wordt zijns inziens op redelijk voorspelbare wijze lesgegeven.
Hij is bovenal geïnteresseerd in de vaardigheid van leerlingen om *problemen* op te lossen, en in het effect dat de door hem onderscheiden onderwijsvarianten hebben op de vaardigheid om problemen op te lossen.

De vraag is natuurlijk, hoe je het effect van zo'n onderwijsvariant zou kunnen meten. Leerlingen verschillen onderling, geen twee klassen zijn gelijk, en niet te vergeten: ook geen twee leraren zijn gelijk. Om statistisch verantwoorde resultaten te verkrijgen moet je bovendien nog zorgen voor (betrekkelijk) grote aantallen.
Daarbij komt de vraag, wat eigenlijk een *gewone opgave* is, en welke opgaven mogen worden aangemerkt als *probleem*. Zulks hangt af van degene die de opgave voorgelegd krijgt, en van het moment waarop dat gebeurt.

Van Streun moest uiteraard keuzen maken (bijvoorbeeld: de vaardigheid van leerlingen wordt gemeten aan het eind van 3-vwo en aan het eind van 4-vwo, op een zeker aantal scholen, bij een zeker aantal docenten, die elk in parallelklassen verschillende onderwijsvarianten hanteerden), en hij maakt gebruik van allerlei door anderen gevonden resultaten of door anderen ontwikkelde meet-methoden. Of die resultaten en meetmethoden toepasbaar zijn bij Van Streuns onderzoek stel ik nu maar niet ter discussie. Van Streun geeft er blijk van de onderhavige – vooral leerpsychologische – vakliteratuur aardig te kennen, en in zijn slothoofdstuk geeft hij gelukkig aan dat er nog heel wat twijfels zijn. Maar hij is zo verstandig, kan men zeggen, van zijn proefschrift niet een bespreking van de gebruikte leerpsychologische literatuur te maken.

Als we tenslotte de meet-resultaten voorzichtig interpreteren, zegt Van Streun, dan lijkt het er op dat er zekere conclusies mogelijk zijn. Laat ik hem wat dit betreft voorlopig het voordeel van de twijfel geven.

2 Het toewijdingseffect

Maar er is meer. Er zijn zaken waarover Van Streun niet rept, maar waarover tijdens de promotie professor Hofstee (psycholoog) wel repte. Hij sprak van het *toewijdingseffect*.
Grof gezegd komt dit neer op het volgende: aan het onderzoek wordt deelgenomen door allerlei mensen – in dit geval leerlingen en leraren – die gemiddeld positief staan tegenover de bedoelingen van de projectleider. De projectleider – Van Streun – wil *onderzoeken of* heuristisch wiskunde-onderwijs een beter leereffect heeft dan andere onderwijsvarianten. De grens tussen *onderzoeken of* en *bewijzen dat*



moet dan wel scherp getrokken zijn. Wie Van Streun kent als niet aflatend promotor van de methode Wiskunde Lijn moge daaraan gaan twijfelen. Van Streun heeft kennelijk wel zijn best willen doen de zojuist genoemde grens te respecteren. Jammer is, dat hij dan toch in het voorwoord schrijft: '... dat het ontwikkelde materiaal evolueerde in de richting van een *realistisch* en *goed hanteerbaar* leerboek, waarmee docenten en leerlingen ook buiten een experimentele context *voortreffelijk* konden werken.' (cursiveringen van mij, MvH). Deze zin in het voorwoord slaat weer op Van Streuns eigen methode Wiskunde Lijn. Van Streuns voorkeur voor de bijbehorende onderwijsvariant is bij niemand onbekend gebleven, en de betrokken leerlingen hebben vast en zeker gemerkt dat hùn leraren bezig waren een leergang te ontwikkelen.
Moet ik nu nog vertellen wat het *toewijdingseffect* is? Laat ik er aan toevoegen, dat ook ik wel eens onder de indruk raak van Van Streuns enthousiasme; in die zin lijdt wellicht zelfs dit artikel onder het toewijdingseffect.

3 Verdere aannamen

a Van Streun onderscheidt drie onderwijsvarianten: HWO, HEWET en WEDT.
HWO is Heuristisch Wiskunde-Onderwijs, zoals onder de bezielende leiding van Van Streun zelf ontwikkeld.
HEWET is het werken vanuit realistische contexten, zoals in het HEWET-project gebruikelijk. Van Streun rekent zonder verdere uitleg ook de methode Moderne Wiskunde tot deze onderwijsvariant.
WEDT (Wiskunde Eerst, Dan Toepassingen) staat voor Getal & Ruimte en Sigma; deze twee methoden worden zonder verdere uitleg in één rubriek geplaatst.

b Van Streuns onderzoek betreft het wiskunde-onderwijs in klas 4-vwo. Hij spreekt niet over het wiskunde-onderwijs in andere klassen of schooltypen. Gezien de omvang van onderzoek is dat zeer begrijpelijk, maar zijn bevindingen gelden niet zonder meer voor andere klassen of schooltypen.

c Van Streun onderzoekt de vaardigheid in het oplossen van *problemen*; dat dit een belangrijke vaardigheid is, zullen velen beamen.
Van Streun geeft zo zorgvuldig mogelijk weer wat hij onder een *probleem* verstaat, al ontbreekt in zijn proefschrift elke leerlingen-uitwerking. De lezer moet maar aannemen dat voor zeker probleem heuristiek nummer-zoveel (hierover straks meer) door één of meer leerlingen werd gebruikt. Zoiets is vast niet altijd even duidelijk.

d Onder Van Streuns problemen bevinden zich niet uitgebreide opgaven, zoals die wel voorkomen in de wiskunde A-examens. Zouden 4-vwo-ers zulke uitgebreide opgaven nog niet kunnen lezen? Een moeilijkheid zou beslist zijn, dat bij uitgebreidere opgaven lastiger is na te gaan, hoe aan een oplossing is gewerkt. Hier lijkt Van Streun zich te hebben onderworpen aan een 'toetstechnische' beperking.

4 Heuristiek

Het wordt tijd iets meer te vertellen over de zaken waarnaar Van Streun onderzoek deed. Het gaat om

de vraag in hoeverre leerlingen aangezet kunnen worden tot het gebruiken van heuristieken.
Op bladzijde 14 staat: 'We spreken van een *heuristische methode* als er sprake is van een methode die kan helpen bij het gericht zoeken naar de oplossing van een probleem, zonder dat het vinden van een oplossing gegarandeerd is.'
Later, op bladzijde 44, noemt Van Streun zes heuristische methoden (hieronder afgedrukt, figuur 1). Dit zijn methoden die de leerlingen kunnen (proberen te) gebruiken bij hun voorgelegde opgaven, indien ze die opgaven niet kunnen doen.

5 Algoritmiek

Het laatste is essentieel. Als een leerling een opgave wèl kan doen, komt er geen heuristiek aan te pas. De opgave wordt dan gemaakt door gebruik te maken van technieken en methoden die de leerling kent. Het hangt dus van de opgave èn van de leerling af, of die opgave een probleem is. Zo is de opgave: 'los op: $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$' voor sommige leerlingen geen probleem. Zij lossen de opgave op met behulp van een aantal denkstappen, die samen een oplossingsschema vormen, bijvoorbeeld: 1e stel $x^2 = p$, 2e los op: $p^2 - 5p + 6 = 0$, enzovoort.
Met enige goede wil zou dit geprogrammeerd kunnen worden – wat niet wil zeggen dat dat zou moeten gebeuren (zegt Van Streun, mijns inziens terecht). Een dergelijk, in principe programmeerbaar oplossingsschema is een *algoritme*, en het beheersen van een (behoorlijke!) dosis algoritmische kennis is nodig voor het bezig zijn met wiskunde.

6 Het gebruik van een heuristische methode

Een heuristische werkwijze is nodig als een leerling een opgave als een probleem ervaart. In het zojuist genoemde voorbeeld (los op: $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$) zullen veel leerlingen aanvankelijk niet op het idee komen $x^2 = p$ te stellen. Wèl kan het zijn dat ze met heuristiek nummer $h2$ of nummer $h3$ verder komen. Eerst kunnen ze, met $h3$, ontdekken dat de grafiek van $y = x^4 - 5x^2 + 6$ tussen 1 en 2 waarschijnlijk twee nulpunten bezit. Dan komt $h2$ aan de beurt; nadat eerst de functiewaarden bij 1, bij 2 en bij 1,5 berekend zijn (let wel: zo zòu het kunnen verlopen), ontstaat de volgende tabel:

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
y	2	1,4141	0,8736	0,4061	0,0416	−0,625

x	1,6	1,7	1,8	1,9	2
y	−0,2464	−0,0979	0,2976	0,9821	2

Verdere verfijning leidt tot een betere benadering van nulpunten, en andere bijzonderheden. Of men ontdekt dat $\sqrt{2}$ en $\sqrt{3}$ nulpunten zijn, dat moet de docent maar hopen; misschien moet er nog een heuristiek worden toegevoegd: $h7$: het rekenen met

h_1: het vertalen van een opgave naar een analytische representatie, zoals een functievoorschrift, een vergelijking of ongelijkheid of een formule.
h_2: het systematisch doorrekenen van numerieke voorbeelden, gericht naar de oplossing toewerkend.
h_3: het vertalen van een opgave naar een grafische voorstelling, waarmee de oplossing wordt gezocht.
h_4: een doel-middelen-analyse waarin de gegevens worden omgewerkt met het oog op het doel en/of vanuit het gegeven wordt teruggeredeneerd.
h_5: een bekende redenering, techniek of algoritmische procedure wordt in de omgekeerde volgorde gebruikt.
h_6: het voortzetten van de regelmaat in getallenrijen.

Figuur 1

machten en wortels van mooie getallen, e.d. Het is, hoe dan ook, zeer wel denkbaar dat leerlingen door aldus *gericht* te zoeken tot een oplossing komen.
Het vinden van een oplossing is nu nog niet gegarandeerd, een mogelijkheid die van Van Streun opmerkelijk weinig aandacht krijgt. Zijn stelsel van zes heuristieken garandeert nu eenmaal niet dat er een oplossing gevonden wordt, en is lang niet altijd toegesneden op de situatie. Dit mag, lijkt me, wel eens gezegd worden, al is het onvermijdelijk en doodnormaal.
Ernstiger is de mogelijkheid, dat de zes genoemde heuristieken in feite als een algoritme gaan functioneren – ontaarden tot een algoritme zeg maar. W.J. Bos, door Van Streun geprezen overigens, heeft al eerder op dit gevaar gewezen (Euclides 60-7, maart 1985).

7 Hints

Wat Van Streun graag wil is: op het juiste moment een leerling een hint geven, en aldus de leerling op het goede spoor zetten. Ik denk dat elke leraar dat wel wil. Perrenet & Groen (zie Euclides 65-6) hebben recentelijk het belang van hints nog eens onderzocht, om niet te zeggen: bewezen – al zijn ze er niet op gepromoveerd. Goede hints kunnen leerlingen geweldig helpen, daar komt het op neer.
Van Streun stopt in zijn lesmateriaal hints om de leerlingen heuristisch te laten werken. Dat dat een goed idee is, staat buiten kijf. Ook anderen geven 'opzetjes', 'aanwijzingen', en wat dies meer zij, al heeft het niet altijd zo'n naam.
We zouden kunnen zeggen dat wat Van Streun doet niet nieuw is. Zijn pretentie is, dat hij het op een systematische wijze doet, ingebed in een *onderwijsfilosofie*!

8 Bevindingen

Van Streuns conclusie is, dat leraren die zijn *heuristische* werkwijze volgen, leerlingen kweken die beter zijn in *algoritmiek* dan andere leerlingen. Leerlingen die volgens de HEWET-methode worden opgeleid zouden vaker heuristieken gebruiken.
Deze, ietwat onverwacht ogende, resultaten laten zich vervolgens, zegt Van Streun, verklaren doordat de heuristisch opgeleide leerlingen door hun betere beheersing van de algoritmiek minder vaak een beroep zouden hoeven doen op heuristieken. Een mooi verhaal, waarvan niet gezegd kan worden dat het erg rammelt.

Wat zich hier mijns inziens vooral wreekt, is de onvolkomen argumentatie inzake de keuze van de aan de leerlingen voorgelegde opgaven, en het daardoor niet plaatsen van deze opgaven in een groter verband, in een *opleidingsperspectief*. Uiteindelijk gaat het er immers niet om te weten of leerlingen aan het eind van 4-vwo bepaalde opgaven – problemen genoemd – met of zonder heuristieken kunnen aanpakken; veel belangrijker is, welke werkhouding leerlingen zich uiteindelijk eigen maken. Dat Van Streun aan het eind van 3-vwo en aan het eind van 4-vwo opgaven heeft voorgelegd was alleen een middel om zijn onderzoek beheersbaar te houden.
Zoals eerder gezegd spreekt ook Van Streun twijfels uit over de door hem gedane keuzen, over de waarde van zijn bevindingen, en zo meer. Terughoudendheid lijkt zeker op zijn plaats; de materie is en blijft nu eenmaal eigenzinnig, hoeveel energie er ook in gestoken mag zijn (waarvoor alle waardering overigens!).

9 Slot

Ondanks alle twijfels blijft Van Streuns proefschrift voor mij uiterst waardevol. Wat ik er het meest vond uitspringen is, dat toewijding blijkbaar helpt, leerlingen bewuster kan maken van reeds 'bekende' algoritmen. Daardoor hadden, lijkt mij, de leerlingen die volgens Van Streuns eigen heuristische werkwijze werden opgeleid, zijn heuristieken niet meer nodig.
Dit klinkt wellicht weinig spectaculair, Anne van Streun heeft mijns inziens niet voor niets duidelijk gemaakt dat het *toewijdingseffect* per saldo positief uitpakt.

▶ Leerboeken: feiten en interpretaties

Anne van Streun

Oriëntatie

De lezer heeft altijd gelijk in zijn oordeel over een boek. De leerling of student die vertelt wat hij allemaal wel en niet van het genoten onderwijs heeft opgestoken, eveneens. Toch is het een goede gewoonte dat de redactie van een tijdschrift een onderzoeker gelegenheid geeft om te reageren op een bespreking van zijn proefschrift (5). Soms geeft de recensent aperte onjuistheden weer, waarop een reactie noodzakelijk is. Hier is dat niet het geval, terwijl de lezer van Euclides zelf kan oordelen door het proefschrift te kopen (*f*25,–) en te lezen. Toch maak ik graag gebruik van de ruimte die de redactie mij bood om de gehele problematiek van het onderzoek naar wiskunde-onderwijs aan de orde te stellen.

Mijn verhaal spitst zich toe op mogelijk verschillende effecten van leerboeken, op de betekenis van statistische significantie en op de interpretatie van statistische resultaten. Op het niveau van wiskundeleraren gaat het daarbij om dezelfde problematiek waar wij onze leerlingen mee vertrouwd willen maken bij de vakken wiskunde A. Kritisch leren kijken naar gepresenteerde resultaten van statistisch onderzoek heeft altijd te maken met het beoordelen van de opzet van het onderzoek, met het bekijken of er een correcte statistische methode is toegepast en met het interpreteren van de conclusies in termen van de context. Als voorbeelden van onderzoek neem ik mijn onderzoek in 4 vwo en een vergelijkend onderzoek van de VU naar de leereffecten van de drie grote wiskundemethoden in 3 vwo en 4 vwo.

Natuurlijk maakt het leerboek wel iets uit

De onderwijskundige literatuur geeft weinig geslaagde voorbeelden van leerplanvernieuwing, die daadwerkelijk tot vernieuwing van het onderwijs hebben geleid. David Burghes[1] wijst erop dat onderwijsvernieuwers veelal voorbijgaan aan de mogelijkheden en onmogelijkheden van docenten in klassen van 30 leerlingen. Hij verwacht veel van echt realistisch en motiverend lesmateriaal, dat rekening houdt met de werkelijkheid van docenten.

Veel andere auteurs wijzen op het grote belang van leerlingenteksten, die aan de veel genoemde criteria voor effectief onderwijzen (zie mijn artikel: 'Wishful thinking en nieuwe leerplannen' in Euclides 65,7) voldoen. Vergelijkend onderzoek naar mogelijk verschillende effecten van verschillende leerboeken heeft tot nu toe weinig opgeleverd. Onder ons zijn de weinig opzienbarende publikaties over de leereffecten van 'mechanistische' en 'realistische' rekenmethoden bekend. Grote verschillen tussen leerlingenpopulaties, tussen het onderwijsklimaat in scholen en grote verschillen in de wijze waarop docenten met rekenmethoden omgaan zijn uiteraard storende variabelen als de onderzoeker het effect van de methode wil opsporen.

Uit herhaald onderzoek naar de tijdsbesteding van wiskundeleraren is gebleken, dat zij in hoge mate het leerboek volgen en weinig energie steken in het zelf ontwerpen van lesmateriaal. Het boek wordt in grote lijnen gevolgd, wat inhoudt dat de leerlingen hun kennis verwerven op dezelfde manier, in dezelfde volgorde en in dezelfde samenhang als het boek dat presenteert. Bedenken we daarbij dat het opslaan en structureren van de kennis in het mense-

selijk geheugen in hoge mate wordt bepaald door de wijze waarop en de volgorde waarin die kennis is verworven, dan zal het duidelijk zijn dat er bij auteursteams een grote verantwoordelijkheid ligt. (Wie kent niet de problemen in een derde klas als het kennisschema van de trigonometrische verhoudingen ineens aan een heel ander schema (eenheidscirkel, functie, grafiek) moet worden gekoppeld?) De wiskundedocent legt uit, licht toe, demonstreert inspireert, controleert, toetst en waardeert, maar sleutelt zelden aan de gehele opbouw van een leerboek of hoofdstuk.

Diezelfde verantwoordelijkheid voor de opbouw ligt ook bij de beslissers over een leerplan. Het is natuurlijk van de gekke, dat zich nu bij vele jaargangen leerlingen in de onderbouw of in het mavo een wiskundig schema in het hoofd vormt, waarin het leren van regels en formele notaties zonder enige toepassingsgerichtheid voorop staat. Dat schema blijkt vervolgens in 4 havo en 4 vwo ongeschikt om toegepaste formules en contextrijke problemen mee aan te pakken. Sterker nog, het gevormde idee dat bij wiskunde kennis van de rekenregels en algoritmen hoofzaak is, moet ineens vervangen worden door het leren nadenken over contexten en het aanpakken van problemen. Zoals Freudenthal eens in een grijs verleden opmerkte, is die wiskunde (zoals in de klassieke onderbouw of in het mavo wordt/werd gegeven) juist heel ongeschikt om kritisch te leren denken. Daarin gaat het om de waarheid, regels, notaties en eigenschappen, die vast staan. Leerlingen over de gehele wereld ervaren wiskunde inderdaad op die manier. En na drie of vier jaar moet die attitude ineens radicaal worden gewijzigd!

Hein Krammer[2] wijst in zijn proefschrift op de relatie tussen de manier waarop docenten hun lessen organiseren en het leerboek dat zij gebruiken. In klassen waar Getal en Ruimte werd gebruikt, kwam vergeleken met de beide andere boeken meer zelfwerkzaamheid voor en stelde de docent minder denkvragen en werden minder klassegesprekken gehouden. Niet duidelijk wordt het in zijn onderzoek of docenten met een bepaalde onderwijsstijl een bijpassend boek kiezen, of dat het boek een bepaalde werkwijze stimuleert. In mijn onderzoek in 4 vwo kwamen twee docenten voor die in de ene klas les gaven uit het experimentele lesmateriaal HWO en in de parallelklas met het HEWET-materiaal voor 4 vwo. Beide docenten lieten de keuze van het zelfstandig werken aan opgaven vooral afhangen van de mate waarin blokkades voorkwamen, die leerlingen niet zonder hulp konden overwinnen. Veel zelfstandig werken houdt dan in dat leerlingen goed met het lesmateriaal en de opgaven uit de voeten kunnen. Docent A liet (onbewust) leerlingen met HWO meer zelfstandig werken dan met HEWET (gemiddeld per les 20,2 en 15,2 minuten), evenals docent B (gemiddeld 25,2 en 18,5). Dergelijke feiten moeten worden geïnterpreteerd en kunnen niet zonder meer aan het lesmateriaal worden toegeschreven. Wellicht waren de klassen, die meer zelfstandig werkten ook het slimst? (Dat was hier niet het geval.) In goed statistisch en onderwijskundig onderzoek spreekt men in dit verband van contextuele analyse, wat inhoudt dat conclusies uit statistische significanties in de context van het onderzoek op plausibiliteit moeten worden onderzocht. De twee genoemde onderzoeken gebruik ik als voorbeeld van zo'n contextuele analyse.

Het leerboek doet er niet toe

Ruim een jaar geleden bracht het VU-onderzoek[3] (De Leeuw, Groen en anderen) naar het verschil in transfer tussen Getal en Ruimte, Sigma en Moderne Wiskunde het nog tot enkele koppen in de krant. 'Het gaat niet om het wiskundeboek maar om de leraar.' In de toelichting wees Wim Groen er op dat het resultaat hem niet verbaasde, want 'De persoon van de leraar legt veel meer gewicht in de schaal dan het boek'. (Die conclusie vloeide overigens niet uit het onderzoek voort, maar was een persoonlijke mening, die de koppen bepaalde.)

Aan het eind van 3 vwo had men leerlingen getoetst op hun basiskennis en op de mate waarin zij die kennis konden gebruiken bij het oplossen van toegepaste problemen (de transfer). Geconstateerde

verschillen tussen de resultaten op de transfertest bij Getal en Ruimte, Sigma en Moderne Wiskunde konden worden verklaard door de verschillen in basiskennis, zodat niet mocht worden geconcludeerd dat bij dezelfde basiskennis leerlingen bijvoorbeeld bij Moderne Wiskunde beter leerden toegepaste problemen op te lossen dan bij de beide andere grote methoden. Vandaar de krantekop, die betrekking had op de transfer en niet op de totale leeropbrengst.

Sinds de invoering van het keuze-onderwerp 'Correlatie en regressie' in wiskunde A vwo, moeten onze A-leerlingen dergelijke statistische verhalen op hun plausibiliteit kunnen beoordelen. Het ging de onderzoekers om de voorspelling van de transferbekwaamheid (Y) op grond van de basiskennis X (de regressie van Y op X). Gegeven X was er tussen Y geen significant verschil op te merken. In dit onderzoek won Moderne Wiskunde het bijvoorbeeld van Getal en Ruimte op beide fronten, namelijk op dat van de basiskennis èn op dat van de transfer. De onderzoekers waren evenwel alleen geïnteresseerd in de vraag of Moderne Wiskunde op de transfer nog hoger scoorde dan op grond van de hogere score op de basiskennis verwacht kon worden. Dat was niet het geval, zodat zij – gegeven hun onderzoeksvraag met het bijbehorende statistische model – tot een niet significant verschil kwamen.

In de popularisering van de onderzoeksresultaten is niet terug te vinden, dat de conclusie afhankelijk is van de vooropgestelde hypothesen. De onderzoekers hadden verwacht dat Getal en Ruimte het in de basiskennis wel beter zou doen dan Moderne Wiskunde, gezien de grote aandacht in Getal en Ruimte voor het trainen op relatief eenvoudige routineopgaven (Krammer, 2). Als Moderne Wiskunde het naar verwachting wat beter zou doen op de transfertoets, dan zou de combinatie van een slechter MW-resultaat op de basiskennistoets en een beter resultaat op de transfertoets wel eens tot een significant verschil op de transfer (gegeven de basiskennis) kunnen leiden. Een legitieme hypothese, die alleen niet kan worden geaccepteerd, omdat ook de basiskennis bij Moderne Wiskunde hoger uitviel!

Wie evenwel geïnteresseerd is in het totale leereffect van leerboeken, die gaat van andere hypothesen uit en neemt bijvoorbeeld de som van de scores op de basiskennistest en de transfertest als criterium. Beide zijn immers belangrijke aspecten van de leeropbrengst. Voor MW, GR en Si geeft dat volgens het eindrapport gemiddelde scores van 22,3 20,2 en 19,8. De standaarddeviaties worden niet vermeld, zodat ik geen toetsing kan uitvoeren, maar de trend is duidelijk. De MW-groep wint het aan het eind van 3 vwo voor de transfer en voor de beheersing van de basiskennis tezamen van de beide andere methoden.

De vraag is nu of dat inderdaad een effect van het leerboek is of dat er andere plausibele verklaringen zijn te vinden. Wellicht waren die leerlingen altijd al slimmer! Uit zo'n eenmalige meting is dat niet op te maken. Andere onderwijskundige variabelen (de school, de docent, de intelligentie) leveren voldoende ruimte voor andere verklaringen, die onderzocht kunnen worden op hun plausibiliteit. Vallen die allemaal af, dan is de eerst-genoemde interpretatie de waarschijnlijkste. Zo werkt dat in serieus onderwijskundig onderzoek.

Een oplossing voor het interpretatieprobleem van statistisch significante verschillen in aanleg of voorkennis is het arrangeren van een voormeting. Gegeven de resultaten op de voormeting blijft er dan na een periode van onderwijs nog verschil over bij de resultaten op de eindmeting? Gegeven de cijfers van twee groepen leerlingen op het eindrapport van klas 3, geeft de vergelijking van die groepen bij het rapport in klas 4 een significant ander beeld? (Zie de betere boekjes over correlatie en regressie voor wiskunde A.) In het onderzoek van De Leeuw, Groen e.a. hebben dezelfde leerlingen aan het eind van de eerste periode in 4 vwo een eindtoets (criteriumtoets genoemd) gemaakt met opgaven over de basiskennis en over toepassingen. De scores op de beide bovengenoemde toetsen uit 3 vwo bleken goede voorspellers te zijn van de score op de eindtoets in 4 vwo (hoge correlaties) zodat het voor de hand liggend is om de score in 3 vwo te gebruiken als voorspeller voor de score in 4 vwo. Op die manier zijn de leereffecten van de leerboeken in 4 vwo (variabele Y), gegeven de voorkennis

van de leerlingen (variabele X), te onderzoeken (regressie van Y op X).

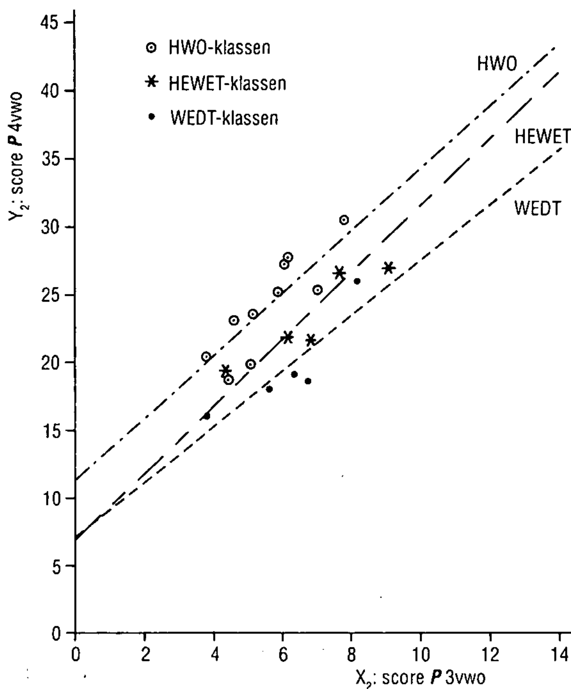
Helaas is die analyse in het onderzoek niet uitgevoerd, maar ook de gemiddelde leerresultaten op de eindtoets in 4 vwo zijn opvallend. De gemiddelde scores op MW, GR en Si zijn respectievelijk 11,9, 14,2 en 12,2. Leggen we dat resultaat naast de gemiddelde scores op de voortoets in 3 vwo (respectievelijk 22,3, 20,2 en 19,8) dan blijkt de rangorde drastisch te zijn veranderd. De MW-groep stond in 3 vwo ruim 2 punten boven de GR-groep en in 4 vwo staat de GR-groep ruim 2 punten boven de MW-groep. Regressieanalyse zal ongetwijfeld uitwijzen dat dit verschil statistisch significant is. Het zal niet meevallen om een andere plausibele oorzaak dan het leerboek te vinden. Insiders en gebruikers van de methode GR weten uiteraard dat GR in de eerste HEWET-jaren in 4 vwo werkte met het oude boek, aangevuld met een katern toepassingen, het model WEDT (Wiskunde Eerst Dan Toepassingen). Vertrouwd voor de docenten, duidelijke basiskennis, goede mogelijkheden voor effectief onderwijzen in de basiskennis. MW daarentegen kwam in het bewuste jaar '84-'85 uit met een geheel nieuwe versie in de HEWET-geest, die een radicale breuk betekende met het vertrouwde en leerlingen en docenten voor grote omschakelingsproblemen plaatst. Dat deel 4 vwo is dan ook snel gereviseerd. Het zou wel verbazingwekkend zijn als dat niet tot uiting kwam in de wiskundetoets voor 4 vwo, direct afgenomen na die eerste maanden van omschakeling. De meest plausibele verklaring van statistische verschillen vanuit de context van dit onderzoek is het verschil in leerboeken, totdat een nog betere verklaring wordt gevonden.

Kennelijk maakt het in dit onderzoek wel degelijk wat uit met welk leerboek leerlingen zijn onderwezen. Ook na de door de onderzoekers uitgevoerde correctie voor schooleffecten en docenteneffecten was de leeropbrengst van Moderne Wiskunde in 3 vwo hoger dan die van de beide andere methoden. En ook in 4 vwo was het leerboek er de oorzaak van dat de rangorde op de criteriumtoets drastisch verschilde van die in 3 vwo. Het voert te ver om meer voorbeelden te bespreken van gesignaleerde of verzwegen verschillen in leeropbrengst van leerboeken. Een zorgvuldige analyse van bijvoorbeeld de examenresultaten van wiskunde A zal naar mijn vaste overtuiging ook verschillen tussen de opbrengsten per methode laten zien. Leerplanvernieuwing en verbetering van het onderwijs zou in hoge mate kunnen profiteren van dergelijk onderzoek.

Feiten uit ons onderzoek

De vele voetangels en klemmen bij de interpretatie van statistisch verantwoorde conclusies uit vergelijkend experimenteel onderzoek zijn voor een deel van tevoren in kaart te brengen. Zo heb ik voortoetsen afgenomen over de basiskennis en transferkennis in 3 vwo, over het plezier in, de ervaren moeilijkheidsgraad van en de relevantie van wiskunde. Hetzelfde is gebeurd in 4 vwo, terwijl in de regressieanalyse de scores uit de voortoets zijn meegenomen. De vraag is dan of er tussen de drie gevormde groepen bijvoorbeeld op de transfertoets aan het eind van 4 vwo verschil tussen de groepen bestaat, waarbij de eventuele verschillen in voorkennis worden meegewogen. Figuur 1 geeft een illustratie van de eerste stap, waarbij de regressie van de transfer in 4 vwo (Y_2) op basis van de transfer in 3 vwo (X_2) is gevisualiseerd met de regressielijnen.

Met weglating van de statistische procedure, zoals die in het proefschrift is toegelicht, komt het statistische resultaat er op neer dat tussen de drie groepen alleen verschil is gevonden in de mate waarin leerlingen hebben geleerd hun basiskennis te gebruiken bij het oplossen van toegepaste problemen (transfer in toegepaste richting). Uit de figuur is dat vermoeden al af te lezen. Tussen de klassen, opgevat als steekproeven uit onbekende populaties, bestaan ook wat betreft (veranderde) houding verschillen, maar die zijn statistisch niet aan de leerboeken toe te schrijven omdat ook binnen één leerboekgroep significante verschillen voorkomen. De rol van de wisseling van docenten van 3 vwo naar 4 vwo is daarop waarschijnlijk van grote invloed.



Figuur 1. Regressie van transfer in 4 vwo op transfer in 3 vwo.

Interpretatie van die feiten

Constateren we nu betreffende de transfer een statistisch significant verschil tussen de leeropbrengst van de drie groepen, dan moet de interpretatie volgen. Waarom moet dat aan het leerboek liggen?

– Waren de leerlingen in de ene groep wellicht wiskundig slimmer dan in de andere groep? Dat kan de verklaring niet zijn, want bij de regressie op de voorkennis wordt dat meegewogen.

– Hadden de leerlingen in de ene groep wellicht op voorhand een positievere houding tegenover wiskunde dan in de andere groep? Nee, dat is onderzocht en in 4 vwo is die houding (helaas) niet door welk leerboek dan ook veranderd.

– Waren de docenten van de ene groep meer ervaren met de leerstof dan die van de andere groep en verklaart dat het verschil in transfer? Nee, want de meeste ervaring was er met WEDT (Getal en Ruimte met toepassingen) en vervolgens met HEWET. De HWO-versie was gloednieuw en werd gemiddeld een week van tevoren bij de betrokken scholen afgeleverd.

– Waren de docenten van de HWO-groep (HWO is het ontwikkelde lesmateriaal voor heuristisch wiskunde-onderwijs, twee jaar later opgenomen in WISKUNDE LIJN) wellicht enthousiaster of meer toegwijd dan de docenten van de beide andere groepen? De leerlingen rapporteerden met een betrouwbare vragenlijst VIL (de vragenlijst voor interactioneel lerarengedrag, brrr) over hun leraren van dat schooljaar. De categorieën van die lijst zijn 'Leidend', 'Vriendelijk', 'Begrijpend', 'Ruimtegevend', 'Onzeker', 'Corrigerend', 'Streng'. Er bestonden wel verschillen tussen docenten, maar niet tussen de drie leerboekgroepen, zodat ook het meer en minder toegewijd zijn van docenten geen plausibele verklaring is.

– Waren de docenten wellicht in één of andere vorm medeplichtig aan één of meer methoden, zoals bij ontwikkelingsscholen het geval kan zijn? De leerlingen zagen geen verschil, zoals al aangegeven. Twee docenten behoorden tot één van de 12 HEWET-scholen en waren in die zin medeplichtig en hadden ervaring. Twee docenten hadden al eens geworsteld met eerdere combinaties van HEWET-materiaal en probleemoplossingsschema's. Twee docenten gingen twee jaar later meeschrijven aan een vervolg voor 5 en 6 vwo, maar zij hadden geen aandeel in de leerlingenteksten van 4 vwo.

Beperkte generaliseerbaarheid

We hebben zorgvuldig uitgevoerd onderzoek nodig om in een reële en generaliseerbare onderwijssituatie te komen tot verbetering en vernieuwing van ons wiskundeonderwijs. Al te lang drijven we in het wiskundeonderwijs voort op trendgolven en anekdotische wijsheden, die vervolgens tot algemene waarheden worden verheven. Eén enkel onderzoeksproject, uitgevoerd in één bepaald jaar met een beperkt aantal klassen en docenten, kan een bijdrage leveren aan ons inzicht in aspecten van het wiskundeonderwijs. Maar 4 vwo is geen 4 havo, wat voor mij inhoudt dat nuttige didactische principes in 4 vwo nog niet vruchtbaar behoeven te zijn in 4 havo. En een leerboek dat goed werkt in 3 vwo behoeft nog niet goed te werken in 3 havo. Dat

hangt helemaal af van de vraag of de didactische opbouw van het boek ook geschikt is voor 3 havo.

Het laatste hoofdstuk van mijn proefschrift gaat voor een deel over de implicaties van onderzoeksresultaten voor het wiskundeonderwijs. Voor elke leerstof en elke deelpopulatie leerlingen moet opnieuw worden uitgezocht wat de optimale structuur van het leerboek is, hoe snel de wiskundige aanpak of regel moet worden geëxpliciteerd, welke algoritmische en heuristische methoden waardevol zijn, hoe de reflectie op de eigen probleemaanpak kan worden bevorderd. Docenten zijn in zo'n nader onderzoek onmisbare bronnen van deskundigheid, die een eigen rol moeten spelen, onafhankelijk van ontwikkelaars.

Mijn eigen overtuiging is dat vormen van probleemgestuurd onderwijs, zoals die al in het IOWO tot ontwikkeling kwamen, docenten kunnen helpen hun werk meer ontspannen en met meer plezier te doen dan bij sterk door de docent gestuurd onderwijs, waarbij de docent voortdurend het leerboek moet uitleggen. Kennis en vaardigheden kunnen niet overgedragen (overgegoten) worden, maar moeten worden verworven door de lerende zelf. Bij wiskunde speelt in die verwerving van kennis het zelfstandig maken van opgaven of het oplossen van problemen een essentiële rol. Nu het accent in het wiskundeonderwijs terecht steeds meer komt te liggen op het leren gebruiken van wiskunde, wordt het falen van het imitatieleren (hier het maken van opgaven door het imiteren van voorbeeldoplossingen) steeds duidelijker. Goed bruikbare kennis, toepasbaar in verschillende situaties, wordt alleen verworven als leerlingen zelf kunnen meedenken in de weg van de eerste oriëntatie, via het zelf verwoorden van methoden en werkwijzen naar het oplossen van echte toegepaste problemen, waar zij hard over moeten nadenken. Om demotiverende stagnaties te voorkomen moet de leerlingentekst en de door auteurs gebaande weg voor leerlingen goed begaanbaar zijn. Docenten helpen niet meer in de eerste plaats bij het verschaffen van 'goede' antwoorden, maar bij het samenvatten, terugkijken, terugkoppelen en helder formuleren van de eisen waaraan het leerlingenwerk moet voldoen. Dat is mijn visioen van zinvol en bevredigend wiskundeonderwijs, waarvan ik in verschillende scholen de realiseerbaarheid opmerk.

Genoemde literatuur

[1] Zie het speciale ICME6-nummer van 'Teaching Mathematics and its Applications', jaargang 7, nummer 2, 1988.
[2] Zie het proefschrif van Hein Krammer: 'Leerboek en leraar', 1984.
[3] Zie 'Didaktief' 18e jaargang, nummer 8, oktober 1988. Of de Volkskrant van 15 oktober 1988. Of het blad 'Van twaalf tot zestien', oktober 1988. Het rapport van de VU heet: 'De constructie en validering van een transfertest voor wiskundeonderwijs, januari 1988.
[4] Mijn proefschrift 'Heuristisch wiskundeonderwijs' is nog steeds te bestellen door *f*25,– over te maken op postbankrekening 2200717.
[5] M. C. van Hoorn, Heuristiek en algoritmiek. Zie dit nummer van Euclides.

Verschenen

V. Lakshmikantham e.a.: *Stability Analyses of Nonlinear Systems*; Marcel Dekker: $107.50; 336 blz.
Dit boek geeft een systematische behandeling van recente ontwikkelingen in de stabiliteitsanalyse van niet-lineaire systemen. De kern wordt daarbij gevormd door de studie van families van gegeneraliseerde Lyapunovfuncties. De brede inzetbaarheid van de theorie wordt aangetoond door de presentatie van een aantal toepassingen.

G. R. Lindfield, J. E. Penny: *Microcomputers in Numerical Analysis*; Ellis Horwood; £ 39.95; 456 blz.
De schrijvers hebben gekozen voor het behandelen van een groot aantal numerieke algoritmen voor niet-specialisten. Kennis van enige analyse en lineaire algebra is vereist. De algoritmen worden omgezet in BASIC-programma's zodat ze op elke microcomputer uitgevoerd kunnen worden.

R. Sivaramakrishnan: *Classical Theory of Arithmetic Functions*; Marcel Dekker: $119.50; 400 blz.
Dit boek behandelt een aantal aspecten uit de theorie van arithmetische functies. Als voorkennis wordt enige elementaire getaltheorie en (lineaire-)algebra verondersteld. Nadruk wordt gelegd op algebraïsche en multiplicatieve technieken.

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Opgave 621

Tijdens het WK voetbal hadden mijn kinderen het plaatjesalbum ITALIA '90 van de firma PANINI. Voor 50 ct konden ze 1 zakje met 6 plaatjes kopen. Zo probeerden ze de 448 plaatjes van het album te 'sparen'. Gelukkig konden ze met vriendjes ruilen, zodat de kosten nog beperkt bleven!
Aangezien 'ruilen' een wiskundig ongrijpbaar iets is, ga ik er in deze hele opgave vanuit dat er niet geruild wordt. Dan is mijn eerste vraag: als alle plaatjes even vaak verpakt zijn, hoeveel zakjes moet men dan gemiddeld kopen om het album vol te krijgen?



PANINI biedt aan: 'Om je album compleet te maken kun je nog ontbrekende plaatjes nabestellen tegen een prijs van 20 ct per plaatje (max. 50 plaatjes) plus f1,50 voor verzendkosten'. Uit ervaring weet ik dat je onder verschillende namen kunt nabestellen. In principe kun je dus direct de plaatjes kopen voor $448 \cdot f0{,}20 + 9 \cdot f1{,}50 = f103{,}10$.
Mijn probleem was indertijd: hoeveel plaatjes moeten eerst verzameld worden voordat je overgaat op nabestellen zodat de kosten minimaal zijn? Nogmaals: er wordt niet geruild.

Voor goede oplossingen, binnen een maand ontvangen, zijn max. 5 punten beschikbaar voor de ladderwedstrijd. De winnaar ontvangt een boekenbon van f25,–.

▶ Oplossing 618

Zeven kaartjes genummerd 1 tot en met 7 kunnen op 7! = 5040 manieren gerangschikt worden. In 272 gevallen hebben we de volgorde KGKGKG, waarbij K = Kleiner dan de **vorige** en G = Groter dan de **vorige**. Bijvoorbeeld 6571423.
Trek alle getallen van 8 af, dan ontstaat een GKGKGK reeks: 2317465. Het totale aantal alternerende permutaties voor $n = 7$ is dus $2 \cdot 272 = 544$, wat alle inzenders vonden.
De meeste inzenders maakten vervolgens een tabel zoals hier afgedrukt; a_{nj} is het aantal permutaties van het type KGKG... met begincijfer j, bij n kaartjes genummerd 1 tot en met n.

n	Begincijfer van KGKG... 1	2	3	4	5	6	7	$A_n = \sum_{j=1}^{n} a_{nj}$
1	1							1
2	0	1						1
3	0	1	1					2
4	0	1	2	2				5
5	0	2	4	5	5			16
6	0	5	10	14	16	16		61
7	0	16	32	46	56	61	61	272

We zien: $a_{nj+1} = a_{nj} + a_{n-1\,n-j}$ of zoals *Paul Dillo* uit Amsterdam schreef: 'De volgende rij ontstaat uit de vorige door deze *van rechts naar links* op te tellen, met steeds een term extra'. En in de kolom $j = 3$ vinden we de eindtotalen.
De snelste manier om een algemene formule te vinden is nu: kijk in [1], een boek met 2372 verschillende reeksen. Als reeks 472 vinden we: 1, 2, 4, 10, 32, 122, 544, 2770, 15872, 101042, ...
Helaas gaf de tabel de inzenders verder weinig houvast om tot een algemene formule te komen. Dit probleem moet kennelijk anders aangepakt worden:
De Franse wiskundige D. André heeft in 1879 al een oplossing gegeven, in [2]! Hij vindt voor n = even dat A_n de coëfficiënt van $\frac{x^n}{n!}$ in de machtreeks voor sec x is. Voor n = oneven is A_n de coëfficiënt van $\frac{x^n}{n!}$ in de machtreeks voor tan x. Verder:

$$A_n \approx 2 \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right)^{n+1} \cdot n! \text{ en } A_n \approx \frac{2n}{\pi} \cdot A_{n-1}.$$

Voor de liefhebbers heb ik een kopie van paragraaf 6.2 uit [3], met een duidelijke uitleg van dit probleem.
Erg veel dank aan de vele inzenders voor hun informatie en de vele literatuurbronnen. Vooral [4] is interessant.
De boekenbon gaat, na loting, naar *Karel Post*, Pauwlaan 7, 5613 CG Eindhoven. Mijn felicitaties!

Referenties:

[1] N.J.A. Sloane, A handbook of integer sequences. (1973, Academic Press New York).
[2] D. André, Développement de sec x et tan x. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris, 88 (1879) 965-967.
[3] Ross Honsberger, Math. Gems III. (1985, The Math. Association of America).
[4] Louis Comtet, Advanced Combinatorics. (1974, D. Reidel Publ. Co., Dordrecht).

● Verenigingsnieuws ●

▶ Jaarvergadering/ Studiedag 1990

Zoals eerder in Euclides aangekondigd, wordt op zaterdag **27 oktober 1990** in het Nieuwe Lyceum, Jan Steenlaan 38 te Bilthoven de jaarvergadering/ studiedag van de NVvW gehouden.
Aanvang 10.00 h.

Het thema van de studiedag is: **aansluitingsproblemen**. Verschillende aspecten van dit thema worden belicht in de lezingen en vooral in de verschillende keuzegroepen:

1. Aansluitingsproblemen bij de overgang van vwo naar wo.
2. Wiskunde als zelfstandig creatief vak.
3. Hto, overwogen keuze, gewone keuze?
4. Aansluitingsproblemen mavo – meao.
5. Heao, welke leerstofonderdelen moet een student aan de Heao beheersen?
6. Pabo, wat is het programma en wat zijn de eisen?
7. Aansluiting basisonderwijs – voortgezet onderwijs: een proeve voor een nationaal programma, wat kunnen we van leerlingen uit het basisonderwijs verwachten?
8. Havo-vwo, hoe overbrugbaar is de kloof sinds de komst van wiskunde A en B op het havo?
9. Mavo/lbo-havo en onderbouw-bovenbouw, stand van zaken bij COW.

Aanmelden kan nog: zie Euclides jg. 66 nr. 1, blz. 28 en 29.
Voor informatie: bel 076-65 32 18.

▶ Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 1989 - 31 juli 1990

Het bestuur was dit jaar als volgt samengesteld: voorzitter dr. Th. J. Korthagen (tot 28 oktober), dr. J. van Lint (vanaf 28 oktober), secretaris drs. J. W. Maassen, penningmeester F. F. J. Gaillard, overige leden mevr. A. F. S. Aukema-Schepel, J. J. Breeman (vanaf 28 oktober), J. F. D. Diepstraten (vanaf 28 oktober), mevr. H. Goemans-Wallis, C. Th. J. Hoogsteder, L. Jacobs (tot 28 oktober), dr. J. van Lint (tot zijn benoeming als voorzitter op 28 oktober), F. J. Mahieu, mevr. M. Meeder.

Op 28 oktober, na zijn aftreden als voorzitter van de vereniging, werd dr. Th. J. Korthagen tot erelid van de vereniging benoemd.

Op zaterdag 28 oktober werd de jaarvergadering gehouden te Bilthoven. Deze jaarvergadering werd gecombineerd met een studiedag die verzorgd werd door Marja Meeder en Francis Meester vanuit het project Wiskunde en Emancipatie. Het thema van de studiedag was 'Begeleiden, motiveren en adviseren in de wiskundeles'. De aanwezigen op de studiedag konden deelnemen aan één of meer van de volgende groepen: Drie jaar bij elkaar in één klas, dat kan echt niet; Moet wiskunde en intercultureel onderwijs?; Lhno leerlingen kiezen wiskunde; Over de keuzebegeleiding bij wiskunde A en B op de havo; Hawex-actualiteiten; Op zoek naar... een weg van selectie naar determinatie; Toetsen!; Uitgerekende meiden; *Gelijk op* in het lesmateriaal; Open leercentrum voor volwassenen.
De centrale lezing werd gehouden door Kees Blase en had als titel 'De driehoek: zorg, techniek en wiskunde'. Joke van Leeuwen, aan de piano begeleid door Carolien Deutman keek in een cabaretprogramma met andere ogen naar 'exact kiezen'. Een forum, voorgezeten door Loes Lauteslager, had als onderwerp 'Welke rol speelde wiskunde in hun leven?'. Forumleden waren: Gerard Doevendans, Joop Groos, Marijke Melis, Ella Vogelaar en Rens Zomerdijk.
De organisatoren van de studiedag hebben naar aanleiding van de studiedag een boekje verzorgd met de titel '...er bij blijven'.

Daar met ingang van het schooljaar 1990/91 alle havo-scholen in de vierde klas de leerlingen wiskunde A en wiskunde B moeten aanbieden, nam de voorbereiding van deze invoering een belangrijke plaats in het verenigingsjaar in.
Op 20, 21 en 23 november organiseerde de vereniging op twaalf plaatsen voorlichtingsbijeenkomsten voor wiskundeleraren lbo/mavo, terwijl ze dit op 12, 13 en 15 februari op drie plaatsen voor wiskundeleraren havo, vwo, hbo en mbo deed.
In het januarinummer van Euclides gaf het bestuur een advies urenverdeling wiskunde A en B havo.
Op 24 januari schreef het bestuur naar aanleiding van het voorstel eindexamenprogramma wiskunde A en B havo een brief aan de staatssecretaris over dit voorstel. Naar aanleiding

van deze brief heeft op 8 februari een gesprek tussen bestuursleden en de programmaschrijfgroep hawex plaats gevonden. Dit gesprek heeft nog tot enige aanpassingen van het programma geleid.
Op 16 februari was het bestuur van de vereniging vertegenwoordigd op een door het ministerie georganiseerde bijeenkomst betreffende de coördinatie van de voorlichting rond de landelijke invoering van wiskunde A en B op havo.

Gezien de veranderingen in het eindexamen mavo/lbo, waarin de verhouding gesloten vragen/open vragen van 70/30 naar 50/50 werd gebracht, heeft de vereniging een voorbeeldexamen mavo/lbo C samengesteld en dit naar alle scholen voor mavo/lbo gezonden.

De eindexamenbesprekingen waren dit jaar op 18 mei voor mavo/lbo C en D in 8 plaatsen, voor wiskunde B vwo in 4 plaatsen en voor havo eveneens in 4 plaatsen. Op 28 mei werden in 9 plaatsen bijeenkomsten gehouden voor wiskunde A vwo. In Euclides, in nr. 4 van jaargang 65, verscheen een samenvatting van de examenbesprekingen vwo en havo 1989 en in nr. 7 van mavo/lbo C en D 1989.

In het kader van de samenwerking tussen de Vlaamse en Nederlandse verenigingen kreeg Euclides een nieuwe rubriek 'Wiskundeonderwijs in Vlaanderen' waarin Vlamingen over het onderwijs bij hen schrijven. Nederlanders schreven voor het blad Wiskunde en Onderwijs van de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars. De samenwerking tussen beide verenigingen uitte zich ook in bezoeken aan elkaars bijeenkomsten en een gemeenschappelijke bestuursvergadering op 23 september te Buren.

Van de werkgroep Vrouwen en Wiskunde verscheen dit jaar het boek 'Wiskunde in het lhno, logisch toch'. Dit boek bevat de resultaten van een inventarisatie van het wiskunde-onderwijs in het lhno. Op 7 april organiseerde de werkgroep haar zestiende landelijke dag met als onderwerp: 'Wiskunde A en B in het voortgezet onderwijs'.

In september werden de plannen bekend gemaakt voor een prijsvraag van de NVvW en de NVORWO voor het ontwerpen van geconcretiseerd lesmateriaal voor een afgerond lessenonderdeel in enigerlei bereik van het reguliere wiskunde-onderwijs. Op de sluitingsdatum van de inzendingstermijn waren er zes inzendingen binnengekomen. Een jury van beide verenigingen werkt aan de beoordeling van de inzendingen.

In de vertegenwoordiging van de vereniging in diverse organisaties vonden dit jaar enige wijzigingen plaats: in de vaksectie wiskunde mavo/lbo van de CEVO werd mevr. W. M. G. Querelle opgevolgd door mevr. G. H. Dekker, dr. ir. P. Terlouw volgde dr. S. Kemme op als voorzitter van de Valo wiskunde en informatica.

Het bestuur vergaderde dit jaar elf maal. Een vergadering werd bezocht door de afgevaardigden van de vereniging in de COW en een vergadering is gehouden met de inspecteurs drs. W. Kleijne en dr. J. G. Nijenhuis.

▶ Bericht van de penningmeester

Ruim 90% van de leden betaalt de contributie op tijd, d.w.z. voor 1 november. De eerste aanbieding van de acceptgiro is altijd gratis. Voor elke volgende aanbieding, na 1 november, moeten wij helaas kosten in rekening brengen. De kosten worden *f*2,50 voor de tweede aanbieding en telkens *f*2,50 hoger voor elke volgende aanbieding. U bespaart uzelf en ons geld en tijd als u binnen dertig dagen na ontvangst van de acceptgiro betaalt.
Opzeggingen dienen te geschieden voor 1 juli van het lopende verenigingsjaar. Tussentijdse opzeggingen zijn niet mogelijk.

▶ Mededeling

In januari van dit jaar is voor het eerst een Wiskunde A-lympiade gehouden. Veertien teams van vier leerlingen elk, werkten anderhalve dag aan één open opdracht waarna zij per team een werkstuk moesten inleveren. Een verslag van deze eerste experimentele Wiskunde A-lympiade kunt u vinden in de Nieuwe Wiskrant, jaargang 9 nr. 4, juli 1990.
Vanwege het experimentele karkater is de eerste A-lympiade nogal in stilte gehouden, maar aan de A-lympiade in het nieuwe cursusjaar kunnen alle scholen met een vwo-afdeling meedoen.
De Wiskunde A-lympiade wordt gehouden onder auspiciën van de NCOW (Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde). De vakgroep OW&OC neemt het praktisch/organisatorische gedeelte voor haar rekening.
De A-lympiade wordt in twee rondes gehouden: midden december een voorronde van één dag op de eigen school en eind februari een eindronde van twee dagen op een centrale plaats in het land.
De enige voorwaarde voor deelname aan de voorronde is dat een school een team van vier leerlingen uit 5 of 6 vwo, met wiskunde A in het pakket, op de been weet te krijgen en een docent die als contactpersoon wil optreden. De docent zal bovendien ingeschakeld worden bij de selectie van de werkstukken voor de eindronde. Er zijn voor de deelnemende teams geen kosten aan verbonden.
Alle scholen ontvangen bericht over de Wiskunde A-lympiade en over de manier van aanmelding.
De Commissie Wiskunde A-lympiade nodigt docenten uit om opgaven voor de A-lympiade in te sturen. Het adres is: Commissie Wiskunde A-lympiade, t.a.v. mw. E. Hanepen, p/a vakgroep OW&OC, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht. De meest bruikbare ideeën zullen beloond worden met een kleine attentie.

● 40 jaar geleden ● ●

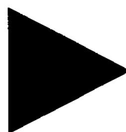
▶ Vraagstukken

624. Vanuit een ballon, die met constante snelheid naar het Oosten drijft, en daarbij tevens met constante snelheid stijgt, neemt men een trein waar, die zich van het Noorden naar het Zuiden beweegt. Op de ogenblikken, dat de trein in noord-oostelijke, resp. noordelijke en noord-westelijke richting gezien wordt, maakt de rechte, die ballon en trein verbindt, een hoek α, resp. β en γ met het horizontale vlak. Bereken β, als $\alpha = 30°$ en $\gamma = 39°55'29''$ is.

627. Schrijf zonder gebruikmaking van een logarithmentafel de beide wortels van de vergelijking
$x^2 \cdot {}^7\log^2 5 - x \cdot {}^7\log 5 - {}^7\log 2 \cdot {}^7\log 14 = 0$
als logarithmen.
Als a de positieve wortel van die vergelijking is en b het tegengestelde van de andere wortel, bereken dan met behulp van een logarithmentafel de waarde van ${}^a\log b$ zonder de nauwkeurigheid van de benadering na te gaan.

(Eindex. Gymnasia-B, 1950.)

Vraagstukken uit: Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde, jaargang 38, 1950-1951.

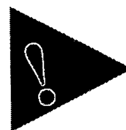


Boekbespreking

U. Schoning: *Logik*; B.I.-Wissenschaftsverlag Mannheim; 172 blz.; 28,80 DM.

Zoals gebruikelijk wordt eerst de propositielogica behandeld en daarna de predikatenlogica. In hoofdstuk 1 komen we achtereenvolgens de syntax, de semantiek (m.b.v. waarheidstafels) en normaalvormen van propositionele formules tegen. De axiomatiek krijgt nagenoeg geen aandacht.
Hoofdstuk 2 volgt dezelfde opbouw voor de predikaatlogische formules. Verder wordt in dit hoofdstuk bewezen dat er geen methode bestaat die voor willekeurige predikaatlogische formules de geldigheid vaststelt dan wel weerlegt.
Wat dit boek onderscheidt van de meeste andere inleidingen in de formele logica is de aandacht die wordt besteed aan resolutiecalculus: een methode om de correctheid van logische formules te bewijzen, dan wel vervullende instanties te berekenen. Na voorbereidende paragrafen in de eerste twee hoofdstukken is het grootste deel van het derde hoofdstuk aan deze calculus gewijd. De laatste paragraaf wordt besteed aan de (logische) programmeertaal PROLOG, waarin het resolutieprincipe wordt toegepast.
Door de tekst verspreid zijn oefeningen opgenomen.
Samenvattend: een aardige inleiding in de formele logica met veel aandacht voor het toepassen van de abstracte theorie.

Harm Bakker



Kalender

1, 2, 3, 4 oktober 1990: Diverse plaatsen, Regionale bijeenkomsten NVvW over de eerste fase voortgezet onderwijs. Zie Euclides jg. 65 nr. 1, blz. 26 en 27.
6 oktober 1990: Utrecht, Landelijke dag werkgroep 'Vrouwen en Wiskunde' en werkgroep 'Vrouwen en Natuurwetenschappen'. Zie Euclides jg. 66 nr. 1, blz. 00
10 oktober 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
27 oktober 1990: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW. Zie het Verenigingsnieuws op bladzijde 62 van dit nummer.
5, 6, 7, 8 november 1990: Diverse plaatsen, Regionale bijeenkomsten NVvW over de eerste fase voortgezet onderwijs. Zie Euclides jr. 66 nr. 1, blz. 26 en 27.
14 november 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
12 december 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

Faculteit Onderwijs en Opvoeding

Nascholen? Dat kan bij de Algemene Hogeschool Amsterdam!

De **Faculteit Onderwijs en Opvoeding (FOO)** leidt docenten in voltijd en deeltijd op voor het basis- en voortgezet onderwijs. Daarnaast verzorgt de **FOO** tijdens het studiejaar 1990/1991 een groot aantal nascholings-activiteiten voor docenten in het basisonderwijs, voortgezet onderwijs en beroepsonderwijs.

Een greep uit het aanbod:

- Aardrijkskunde
- Natuurwetenschappen
- Moderne Vreemde Talen
- Drama en taalexpressie
- Onderwijskunde
- Studielessen in de basisvorming
- Management
- Moduleren
- Techniek
- Informatica
- Textiele werkvormen
- (Mode)fotografie en styling
- Confectie

Ook heeft de **FOO** zogenaamde lerarencentra. Hier kunnen docenten uit het voortgezet onderwijs o.a. terecht voor boeken, voorbeelden van lesmateriaal en didactische suggesties.

Meer informatie? Vul onderstaande bon in of bel even met Angela Nagel: 020-22 78 18

Algemene Hogeschool Amsterdam

Faculteit Onderwijs en Opvoeding,
afdeling Nascholing, 1e Weteringdwarsstraat 65,
1017 TM Amsterdam. Telefoon: 020-22 78 18

Bon voor meer informatie

- ❑ deeltijd voortgezet onderwijs
- ❑ nascholing voortgezet onderwijs
- ❑ nascholing informatica
- ❑ nascholing basisonderwijs
- ❑ dag-/avondopleiding basisonderwijs

Naam ______________________

Adres ______________________

Postcode/Plaats ______________________

Bon in gefrankeerde enveloppe sturen naar:
Faculteit Onderwijs en Opvoeding,
afdeling nascholing,
1e Weteringdwarsstraat 65, 1017 TM Amsterdam.

EU

Inhoud